الفصل الرابع : المقادير الكسرية ..

ما هو المقدار الكسري :

المقدار الكسري هو عبارة عن ناتج قسمة كثيرتي حدود بحيث يسمى المقسوم بالبسط والمقسوم عليه بالمقام ..

ومن الامثلة على المقادير الكسرية :

$$\begin{aligned} & \frac{5x-4}{2x+1} \bullet \\ & \frac{3x^2+x-1}{2x^2+2} \bullet \\ & x^4 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^4}{1} - \frac{1}{x^2} \bullet \end{aligned}$$

ويضرب المقادير الاول بـ $\frac{x^2}{x^2}$ نحصل على

$$\frac{x^6}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^6-1}{x^2}$$

العمليات الجبرية على المقادير الكسرية :

١: جمع و طرح المقادير الكسرية ..

عند جمع او طرح المقادير الكسرية يجب ملاحظة ما يلي :

• أ : اذا كانت المقادير الكسرية لها نفس المقام فيكون المجموع النهائي لها نفس المقام وبسطه يتكون

من ناتج جمع البسط الاول مع بسط المقادير الثاني بصورة رموز : /

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{y} = \frac{x+z}{y}, y \neq 0$$

$$\frac{x}{y} - \frac{z}{y} = \frac{x-z}{y}, y \neq 0$$

مثال : اوجد ناتج ما يلي بأبسط صورة :

$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{3x}{x-2} = \frac{x+3-3x}{x-2} = \frac{-2x+3}{x-2} \bullet$$

$$\frac{4x-3}{5x} - \frac{2+2x}{5x} = \frac{4x-3-(2+2x)}{5x} \bullet$$

$$= \frac{4x-3-2-2x}{5x}$$

$$= \frac{2x-5}{5x}$$

• ب : اذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة ففي هذه الحالة نقوم بتحويلها الى كسور مكافئة لها نفس

المقام وذلك عن طريق ضربها بكثيرة حدود مناسبة ثم نطبق الطريقة السابقة في أ ..

وبصورة رمزية يمكن التعبير عن الفقرة بالأعلى كما يلي :

$$\frac{x}{y} \pm \frac{z}{w} = \frac{x \cdot w}{y \cdot w} \pm \frac{z \cdot y}{w \cdot y} = \frac{xw}{yw} \pm \frac{zy}{yw} = \frac{xw \pm zy}{yw}$$

مثال : اوجد ناتج ما يلي .

$$\begin{aligned} \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} &= \frac{5x}{x \cdot x} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x}{x^2} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x+3}{x^2} \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} &= \frac{2(x-1)}{x(x-1)} - \frac{3 \cdot (x)}{x-1 \cdot (x)} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)} - \frac{3x}{x(x-1)} = \frac{2x-2-3x}{x(-1)} = \frac{-x-2}{x(x-1)} \end{aligned}$$

مثال : اوجد ناتج عملية طرح المقادير الكسرية التالية :

$$\begin{aligned} \frac{7}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} &= \frac{7}{(x-1)(x+1)} - \frac{x \cdot (x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{7-x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{7-x^2-x}{x^2-1} \end{aligned}$$

ملاحظة : عند توحيد المقامات لمقادير كسرية فإنه يجب تحليل مقامات الكسور الى عواملها الاولية ان امكن :

مثال : اوجد ناتج الجمع فيما يلي "

$$\frac{x^3-1 \cdot (5)}{x^2 \cdot (5)} + \frac{x^2-1 \cdot (x)}{5x \cdot (x)}$$

من خلال ضرب المقادير الاول في العدد 5 وضرب المقادير الثاني بالمتغير x نحصل على :

$$\begin{aligned} &= \frac{5(x^3-1)}{5x^2} + \frac{x(x^2-1)}{5x^2} \\ &= \frac{5x^3-5+x^3-x}{5x^2} \\ &= \frac{6x^3-x-5}{5x^2} \end{aligned}$$

٢ : ضرب المقادير الكسرية :

عند ضرب مقدار كسري مع اخر فإننا نقوم بضرب البسط مقسوما على المقام في المقام .. وبالرموز :

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}$$

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{aligned} \frac{3x}{x-1} \cdot \frac{5}{x} &= \frac{15x}{x(x-1)} = \frac{15}{x-1} \\ \frac{5x}{x-1} \cdot \frac{-3x}{x+1} &= \frac{-15x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-15x^2}{x^2-1} \\ \frac{x}{1} \cdot \frac{x^3}{x-2} &= \frac{x^4}{x-2} \\ \frac{1}{x} \cdot \frac{2x^3}{x-1} &= \frac{1(2x^3)}{x(x-1)} = \frac{2x^3}{x^0} = \frac{2x^3}{1} = 2x^3 \\ \frac{1}{x} \cdot \frac{2x^3 \cdot x^1}{1} &= \frac{1}{x} \cdot \frac{2x^4}{1} = \frac{2x^4}{x} = 2x^3 \text{ : بطريقة اخرى} \end{aligned}$$

٣: قسمة المقادير الجبرية : لقسمة مقدار كسري على اخر فإننا نحول اشارة القسمة الى ضرب ونأخذ مقلوب الكسر الثاني.. وبالرموز : وبالرموز : $\frac{x}{y} \div \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \times \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}$

مثال : بسط ما يلي :

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} \div \frac{x}{3} &= \frac{3}{x} \times \frac{3}{x} = \frac{9}{x^2} \quad \bullet \\ \frac{x^2+1}{x-1} \div \frac{x-1}{x^2-1} &= \frac{x^2+1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x^2+1)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = x^2 + 1 \quad \bullet \\ \frac{5}{x} \cdot \frac{x^2}{5} \div \frac{x-1}{x} &= \frac{5x^2}{5x} \div \frac{x-1}{x} = \frac{x}{1} \div \frac{x-1}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{5x-1} \quad \bullet \\ \frac{x}{5} \div \frac{x-1}{x} \cdot \frac{2}{x^2} &= \frac{x}{5} \cdot \frac{x}{x-1} \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{x^2}{5x-1} \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{2}{5x-1} \quad \bullet \end{aligned}$$

تمارين ومسائل :

اوجد ناتج ما يلي بأبسط صورة :

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{3x}{x-3} + \frac{1}{x^2-9} \\ 2. \quad \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x-1}{x} \\ 3. \quad \frac{1}{x^2-4} \div \frac{5}{x+2} \\ 4. \quad \frac{7-x}{x} - \frac{x^2-2x+1}{5} \end{aligned}$$