

تمارين المحددات ومعكوس المصفوفات

الحلول خاصة بمنتديات كوفي كوب وباجتهاد ملخصة المحاضرة

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \text{ قيمة المحدد}$$

A)2 B)3 **C)4** D)5

تمرين : اوجد قيمة محدد مصفوفة التالية

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -8 - 12 = -20$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} = -5 - (-17) = 5 + 8 = 13$$

$$|C| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 2 - (-9) = 2 + 9 = 11$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 10 & 6 \\ -2 & -9 \end{vmatrix} = -90 - (-12) = -90 + 12 = -78$$

مثال ١: اذا كان $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ اوجد A^{-1}

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4 \rightarrow \text{adj} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{2}{4} \end{bmatrix}$$

مثال ٢: اذا كان $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ اوجد B^{-1}

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{adj } B$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 9 + 1|B| = 10 \rightarrow \text{adj}B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ +1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ +1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}$$

مثال ١: باستخدام طريقة كرامر اوجد $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ 1) $|A|=1$ 2) $|A|=2$ **3) $|A|=3$** 4) $|A|=4$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$|A| = I_1 - I_2 = (8 + 2 + 10) - (4 + 5 + 8) = 20 - 17 = 3$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} \text{ مثال ٢: باستخدام طريقة كرامر اوجد}$$

$$1) |A| = -1 \quad 2) |A| = -2 \quad 3) |A| = -3 \quad 4) |A| = -4$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|B| = I_1 - I_2 = (5 + 4 + 4) - (2 + 4 + 10) = 13 - 16 = -3$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} \text{ مثال ٣: باستخدام طريقة كرامر اوجد}$$

$$1) |C| = -1 \quad 2) |C| = -2 \quad 3) |C| = -3 \quad 4) |C| = -4$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|C| = I_1 - I_2 = (4 + 5 + 4) - (5 + 2 + 8) = 13 - 15 = -2$$

$$\text{مثال: اذا كان لدينا } B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ و } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$1) 4A + B^T \quad 2) AB \quad 3) B^2$$

الحل:

$$1) 4A + B^T$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -8 \\ 28 & -16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -7 \\ 31 & -12 \end{bmatrix}$$

$$2) AB$$

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8-2 & 12-8 \\ 14-4 & 21-16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

$$3) B^2$$

$$B^2 = B \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3 & 6+12 \\ 2+4 & 3+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 6 & 19 \end{bmatrix}$$

تمارين

$$\text{مثال ١: اذا كان } A=B \text{ اوجد قيمة } X.Y \text{ حيث } B = \begin{bmatrix} y & 0 & 1 \\ -9 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -9 & -1 & 3 \\ 3x-8 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{الحل: } 2 \rightarrow y = \dots$$

$$3x - 8 = -2 \rightarrow -3X = -8 + 2 = -3X = +6 \rightarrow X = 2$$