

المتتابعات الحسابية

اي من المتتابعات التالية حسابية :

A) 0,1,2,3,...

B) -3,3,9,...

C) -1,2,5,....

D) -5,-10,-15

E) 3,2,1,-1

المتتابعات الهندسية

المتابعة الهندسية :

هي نوع اخر من المتتابعات له نمط مميز و يختلف عن المتتابعة الحسابية ، فهي تكون النسبة بين أي حد و سابقة يساوي مقدار ثابت ويسمى هذا الثبات بأساس المتتابعة الهندسية و يرمز له بالرمز r اي ان :

$$r = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots$$

تعريف:

إذا كانت $\{u_n\}$ متتابعة ، r عدد ثابت بحيث $\frac{u_{n+1}}{u_n} = r$ لجميع قيم n ، فإننا نسمى هذه المتتابعة متتابعة هندسية اساسها r .

مثال: بين اي مما يلي متتابعة هندسية :

a) 2,4,8,16,.....

b) 7,21,24,36,.....

c) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

d) $4, -3, \frac{9}{4}, -\frac{7}{16}, \dots$

الحل:

a) 2,4,8,16,.....

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{2} = 2, \quad \frac{u_3}{u_2} = \frac{8}{4} = 2, \quad \frac{u_4}{u_3} = \frac{16}{8} = 2$$

اذن هي متتابعة هندسية اساسها $r=2$

b) 7,21,24,36,.....

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{21}{7} = 3 \quad \text{نلاحظ ان}$$

$$\frac{u_3}{u_2} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}$$

اذن هي ليست متتابعة هندسية $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$

$$c) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$, \frac{u_4}{u_3} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots \quad r = \frac{1}{2}$$

$$d) 4, -3, \frac{9}{4}, -\frac{7}{16}, \dots$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{-3}{4}$$

$$, \frac{u_3}{u_2} = \frac{9}{4} \div 3 = \frac{9}{4} \times \frac{-1}{3} = \frac{-3}{4}$$

$$, \frac{u_4}{u_3} = \frac{-27}{16} \div \frac{9}{4} = \frac{-27}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{-3}{4}$$

$$r = \frac{-3}{4}$$

الحد النوني لمتتابعة هندسية

إذا كانت $\{u_n\}$ متتابعة هندسية أساسها r وحدها الأول $u_1 = a$ فمن التعريف نلاحظ أن

$$u_2 = ru_1 = ar$$

$$u_3 = ru_2 = r(ar) = ar^2$$

$$u_4 = ru_3 = r(ar^2) = ar^3$$

$$u_n = ar^{n+1}$$

أي أن الحد النوني هو $u_n = ar^{n+1}$ حيث a حدها الأول r أساسها

مجموع n من متتابعة هندسية

مجموع n حدا من متتابعة حسابية نرسم له بالرمز S_n و يعطى بالقانون

$$S_n = \begin{cases} \frac{a[r^n - 1]}{r - 1} & r \neq 1 \\ an & r = 1 \end{cases}$$

حيث

N عدد الحدود المراد جمعها a الحد الأول r أساس المتتابعة

مثال: اوجد مجموع الخمسة حدود الاولى من المتتابة الهندسية 2,6,18,...

من السؤال نجد أن $r=3$, $n=5$, $a=2$

بتطبيق القانون مباشرة نجد أن

$$S_n = \frac{a[r^n-1]}{r-1}$$

$$S_5 = \frac{2[3^5-1]}{3-1} = \frac{2[243-1]}{2} = 242$$

مثال: اوجد مجموع الخمسة حدود الاولى من المتتابة الهندسية 25,50,100,....

من السؤال نجد ان $r=2$, $n=5$, $a=25$

$$S_n = \frac{a[r^n-1]}{r-1}$$

$$S_5 = \frac{25[2^5-1]}{2-1} = 25[32-1] = 25[31] = 775$$

مثال: اوجد مجموع الخمسة حدود الاولى من المتتابة الهندسية التي حدها الاول 3 و اساسها يساوي نصف

$$\text{الحل : } S_n = \frac{a[r^n-1]}{r-1}$$

$$S_5 = \frac{3 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^5 - 1 \right]}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$= \frac{3 \left(-\frac{31}{32} \right)}{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3 \times (-31)}{32} \cdot (-2) = \frac{186}{32}$$

مثال: ادخل وسطا هندسيا بين العددين 6,150

6, #, 150

من المعطيات نجد ان عدد جميع حدود المتتابة هو 3

$$u_n = ar^{n-1}$$

$$u_3 = 6r^{3-1} \rightarrow 150 = 6r^2 \rightarrow \frac{150}{6} = \frac{6}{6}r^2 \rightarrow r^2 = 25 \rightarrow r = 25$$

$$\rightarrow 6, \mathbf{30}, 150$$

مثال ٢ : ادخل وسطاً هندسياً بين العددين 5, 125

5, #, 125

من المعطيات نجد ان عدد جميع حدود المتتابة هو 3

$$u_n = ar^{n-1}$$

$$\rightarrow 125 = 5r^{3-1} \rightarrow \frac{125}{5} = \frac{5}{5}r^2 \rightarrow r^2 = 25 \rightarrow r = 5$$

$$\rightarrow 5, 25, 125$$

www.e7sas.com