

حل معادله من الدرجة الثانية

في مجهول واحد جبريا و بيانيا

حل معادلات من الدرجة الاولى

حل المعادلة $2X+9=X+10$

A)0 B)1 C)2 D)3

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

الاهداف الرئيسية :

❖ ايجاد حل معادلة من الدرجة الثانية جبريا وبيانيا .

حل معادلات الدرجة الثاني في مجهول واحد جبريا :

كل معادله بعد تبسيطها اذا احتوت على مجهول واحد ، وكانت اعلى درجه للمجهول فيها هي الدرجة الثانية ، سميت معادله من الدرجة ذات مجهول واحد ، و الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد هي $aX^2 + bX + c = 0$; $a, b, c \in R, a \neq 0$::

ويمكن حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بأكثر من طريقه وسوف نناقش بعض هذه الطرق :

- طريقة التحليل
- طريقة القانون العام

اولا: حل معادلة الدرجة الثانية بطريقة التحليل :

سوف نوظف ما درسناه عن التحليل في حل معادلة الدرجة الثانية بمجهول واحد ، وسنعمد على الحقيقة التالية : $ab = 0 \rightarrow a = 0 \text{ or } b = 0 \quad \forall a, b \in R$

$$X^2 + 7X + 12 = 0$$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 7X + 12 = 0$

$$(X+3)(X+4)=0$$

$$X+4=0$$

$$X+3=0$$

أو

$$X+4=0 \rightarrow X=-4$$

$$X+3=0 \rightarrow X=-3$$

نقول ان لهذه المعادلة حلين او جذرين -3 , -4 ونكتب $X_1 = -3$, $X_2 = -4$ و المجموعة $\{-3, -4\}$

تسمى مجموعة الحل في R للمعادلة $X^2 + 7X + 12 = 0$

و اذا اردنا التحقق من صحة الحل ، نعوض في المعادلة كمايلي :

$$X = -3 \rightarrow (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 - 21 + 12 = 0$$

$$X = -4 \rightarrow (-4)^2 + 7(-4) + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$$

مثال ٢: اوجد R مجموعة حل المعادلة : $X^2 - 7X + 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى $(X-6)(X-1)=0$

$$X - 1 = 0 \rightarrow X = 1$$

$$X - 6 = 0 \rightarrow X = 6$$

اذن مجموعة الحل هي $\{1, 6\}$

مثال ٣: اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 + 2X = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 2X = 0$

$$(X+0)(X+2)=0$$

$$X=0$$

$$X + 2 = 0 \rightarrow X = -2$$

اذن مجموعة حل المعادلة هي $\{-2, 0\}$

مثال ٤ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $5X^2 - 7X - 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى : $(5X+3)(X-2)=0$

$$5X + 3 = 0 \rightarrow 5X = -3 \rightarrow X = -\frac{3}{5}$$

$$X - 2 = 0 \rightarrow X = 2$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\{-\frac{3}{5}, 2\}$

مثال ٥ : اوجد في R مجموعة حل المعادلة : $X^2 = 8X - 15$

الحل : نضعها على الصورة قبل التحليل : $X^2 - 8X + 15 = 0$ $X^2 = 8X - 15$

$$(X-3)(X-5)=0$$

$$X - 3 = 0 \rightarrow X = 3 , \quad X - 5 = 0 \rightarrow X = 5$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\{3, 5\}$

ثانيا : حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد باستخدام القانون .

يمكن حل معادلات الدرجة الثانية $aX^2 + bX + c = 0$; $a, b, c \in R$, $a \neq 0$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 في مجهول واحد باستخدام القانون التالي

ملحوظة : معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد لها حلان (جذران)

مثال ١ : اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 - 5X + 6 = 0$

$$A=1 , \quad b=-5 , \quad c=6$$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$X_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 , \quad X_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\{2, 3\}$

انواع جذور المعادلة من الدرجة الثانية :

المقدار $\Delta = b^2 - 4ac$ يسمى مميز المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ وهذا المقدار يحدد نوع جذري المعادلة كما يلي:

$$1- \text{ إذا كانت } \Delta = 0 \text{ فيكون الحل } X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

وفي هذه الحالة يوجد جذر حقيقي وحيد مكرر

2- إذا كانت $\Delta > 0$ فإنه يوجد جذران حقيقيان مختلفان

3- إذا كانت $\Delta < 0$ فإن $\sqrt{\Delta}$ غير موجود في R ولكنه عدد مركب و يكون المعادلة جذرين مركبين مختلفين مترافقين .

مثال ٢: اذكر نوع جذري في المعادلات الآتية :

$$X^2 - 8X + 15 = 0 \quad (I), \quad X^2 - 4X + 8 = 0 \quad (II)$$

الحل :

$$X^2 - 8X + 15 = 0 \quad (I)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(1)(15) = 64 - 60 = 4 > 0$$

إذن الجذران حقيقيان مختلفان

$$X^2 - 4X + 8 = 0 \quad (II)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(8) = 16 - 32 = -16 < 0$$

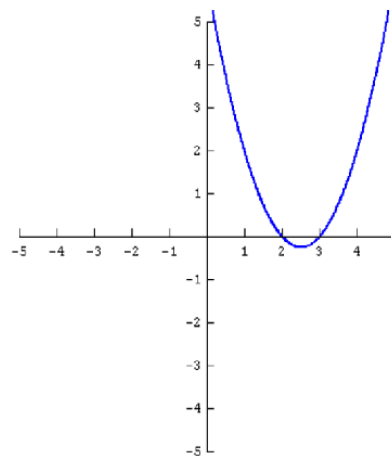
إذن الجذران غير حقيقيان وهما مركبان مترافقان

حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيا : وذلك برسم منحنى المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ في المستوى وتعيين نقاط التقاطع مع محور X ويوجد ثلاث حالات :

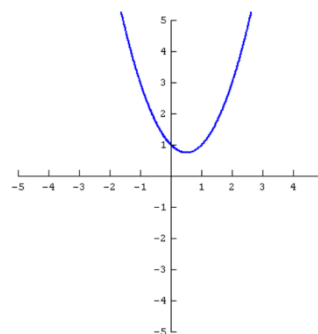
1- المنحنى يقطع محور X في نقطه واحده $\leftrightarrow$ جذر حقيقي واحد مكرر

2- المنحنى يقطع محور X في نقطتين مختلفتين $\leftrightarrow$ جذران حقيقيان

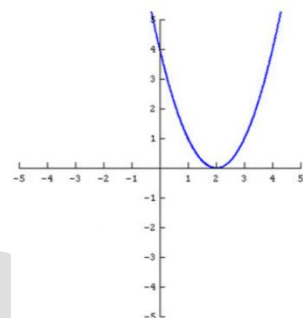
3- المنحنى لا يقطع المحور X في اي نقطه $\leftrightarrow$ ليس للمعادله حل في R



B



C



e7sas