جامعة الإمام عبدالرحمن بن فيصل
IMAM ABDULRAHMAN BIN FAISAL UNIVERSITY

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

إدارة أعمال – المستوى الأول

جزئية الاختبار الفصلي لمقرر مبادئ الإحصاء

الفصل الثاني ١٤٣٩هـ

دكتور المقرر : د. فراس حداد

إعداد وتنسيق :

عادل الذرمان (إحساس)

مقدمة في الإحصاء

علم الاحصاء :
هو العلم الذي يهتم بطرق جمع وعرض وتبويب وتحليل البيانات لاتخاذ القرار المناسب بناءاً على هذا التحليل .

- ❖ **يستخدم الاحصاء في كل الحقول العلمية التي يتعامل معها الانسان مثل:**

التعليم، الصحة، الادارة، الزراعة،...... الخ.

- ❖ **الاحصاء له خاصيتان:**

أ. **نظرية** وهو ما يسمى (الاحصاء الرياضي)
ب . عملية
النظرية : حيث يتعامل علم الاحصاء مع البرهان لبعض النظريات الاحصائية، الاشتقاق، القوانين، المعادلات.
العملية : وهي تطبيق هذه النظريات او القوانين او القواعد الرياضية لحل بعض المشكلات الحقيقية في المجتمع.

- ❖ **يقسم الاحصاء العملي الى قسمين حسب التعامل مع البيانات وهما:**

١. **الوصفي :** ويتضمن جمع وعرض وتحليل بيانات العينة باستخدام (الرسومات الاحصائية، المقاييس الاحصائية، والجداول) حيث تؤدي هذه الى وصف البيانات.
٢. **التحليلي (الاستقرائي):** يقوم بتفسير النتائج التي يصل اليها الاحصاء الوصفي لاتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها على المجتمع

<u>بعض المصطلحات الاحصائية المهمة:</u>

المجتمع: هو مجموع جميع الافراد موضوع البحث.

هنالك نوعان من المجتمع بالنسبة الى عدد افراده:

- **منتهي** اي يمكن حصر وعد افراده **مثل** (اعداد الكتب في مكتبة الجامعة).
- **غير منتهية** اي لا نستطيع حصر عدد افراد هذا المجتمع **مثل** (عدد افراد المجتمع الذي يستخدم دواء (panadol)).

العينة: مجموعة جزئية من المجتمع.
المعلمة parameter : هو قيمة عددية توصف جميع بيانات التي تمثل المجتمع ويرمز لها بالحروف اليونانية
مثال: معدل اطوال طلاب جامعة الدمام (μ)، والانحراف المعياري لأطوال هؤلاء الطلاب (σ).
الاحصائيات statistics: قيمة عددية تمثل بيانات العينة ويرمز لها بالحروف الانجليزية مثل (M, S, x-bar)
مثال : معدل اطوال عينة مكونة من ٣٠ طالب من طلاب الجامعة.
المتغير variable : الخصائص التي يتصف فيها كل افراد المجتمع او العينة (العمر، الطول، الوزن،...الخ)
جمع البيانات: حتى نقوم بجمع البيانات فأننا لابد من سحب عينة من المجتمع:
<u>طرق سحب العينات هي:</u>

١. العينة العشوائية البسيطة
٢. العينة الطبقية.
٣. العينة العنقودية
٤. العينة المنتظمة
٥. العينة المعيارية

<u>اذا لم تخطط لأهدافك، ليس من حقك أن تندم على عدم تحقيقها</u>

e7sas

مقدمة في الإحصاء

طرق سحب العينات خمس طرق مهمة و رئيسية.

1- العينة العشوائية البسيطة.

- من أهم صفات استخدام هذه الطريقة :

- ❖ حجم المجتمع يجب أن يكون معلوم مسبقاً ، نرمز لحجم المجتمع بالحرف N .
- ❖ يجب أن يكون أفراد المجتمع متجانسين.

مثال : معدل أطوال طلاب كلية الدراسات التطبيقية و خدمة المجتمع.

- N = 1000 طالب. - أريد أن اسحب عينة حجمها n = 50 .

- 1000 – 1 = 999

نرقم افراد المجتمع بهذه الطريقة:

= 000 , 001 , 002 , 003 , 004 , 005 , … , 999

- نستخدم جداول الأرقام العشوائية.
- ثم نحسب الوسط الحسابي لأطوال الطلاب n = 50 .

أضع أرقام عشوائية و أختار أول ثلاث منزل منهم..

234 56

142 62

157 10

.

.

.

2- العينة الطبقية :

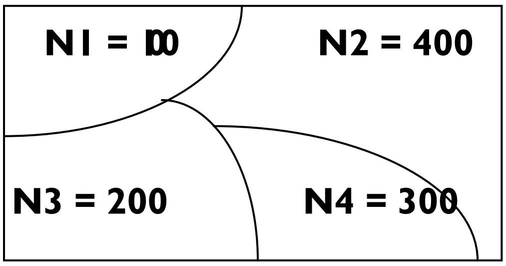
القانون

$n_i = \frac{n}{N} N_i$, i: تمثل عدد الطبقات

من خصائص هذه الطريقة :

- ❖ أن يكون المجتمع غير متجانس.
- ❖ عدد أفراد المجتمع غير معلوم.

- **مثال** : معدل دخل الفرد في المملكة في شهرٍ ما .



N = 1000

n = 50

N1 + N2 + N3 + N4 = N = 1000

الحل: -

$$n_i = \frac{n}{N} N_i$$

$$n_1 = \frac{n}{N} N_1 = \frac{50}{1000} 100 = 5$$

$$n_2 = \frac{n}{N} N_2 = \frac{50}{1000} 400 = 20$$

$$n_3 = \frac{n}{N} N_3 = \frac{50}{1000} 200 = 10$$

$$n_4 = \frac{n}{N} N_4 = \frac{50}{1000} 300 = 15$$

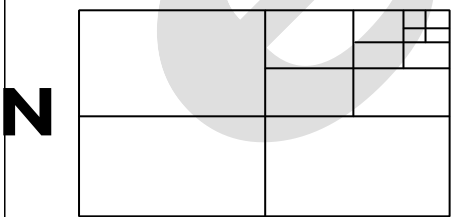
$$\mathrm{n1} + n2 + n3 + n4 = 50$$

5 + 20 + 10 +15 = 50

- **ملاحظة في طريقة العينة الطبقية : نستخدم طريقتين لسحب أفراد العينة ، الأولى باستخدام العينة الطبقية ، أما الثانية فهي العينة العشوائية.**

٣- العينة العنقودية .

المجتمع متجانس وعدد افراده غير معلوم



اختار بعشوائية إذا كان أفراد المنطقة تقسيمها كبير و تستمر هذه العملية حتى تستطيع اخذ جزء من المجتمع كعينة . **كما هو موضح بالشكل المجاور**

٤- **العينة المنتظمة** : وهي ان يأخذ للعينة افراد بطريقة منتظمة كأن يقول اريد ان اضيف للعينة كل فرد سابع يخرج من هذا الباب. ويستمر بهذه الطريقة حتى يحصل على العينة المطلوبة.

٥- **العينة المعيارية.**

- **تستخدم في الدراسات الطبية.**

عدد الأفراد 1 ... 10 \ 11 ... 20 \ 21 ... 30 \ 40 \ 50

60 %

65 %

70 %

70 %

70 %

نسبة النجاح 70 %

تتصف هذه العينة بصفات المجتمع ألصلي أي تكون نفسها ولهذا السبب سميت معيارية.

اذا لم تخطط لأهدافك، ليس من حقك أن تندم على عدم تحقيقها

e7sas

طرق عرض البيانات الفردية

■ **طرق عرض البيانات**

١) طريقة الجداول

وهي عبارة عن وضع البيانات في جداول ، حيث يوضع عنوان للجدول بما يحتوي ها الجدول من معلومات .

مثال : كان عدد الطلبة في أحدى المدارس الأساسية في سنة ١٩٩٥ م كما **في الجدول (١)** :

الصف	عدد الطلبة
الأول	٤٥
الثانية	٤٠
الثالث	٤٠
الرابع	٣٢
الخامس	٣٠
السادس	٣٠
السابع	٢٥
الثامن	٢٥
التاسع	٢٥
العاشر	٢٥

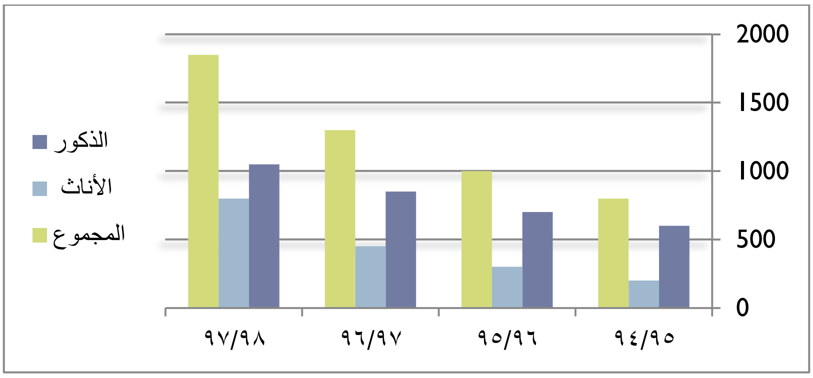
٢) طريقة المستطيلات أو الأعمدة :

توضح المسميات على محور أفقي ورسم مستطيل على كل مسمى يكون طول إرتفاعه ممثلاً بالقيمة للقيمة المقابلة لذلك المسمى وذلك باستعمال مقياس رسم مناسب .

مثال : يمثل الجدول (٢) أعداد الطلبة في أحدى الكليات في جامعة الدمام خلال السنوات ١٩٩٥ / ٩٤ ــ ١٩٩٨ / ٩٧

السنة	الذكور	الأناث	المجموع
٩٥/٩٤	٦٠٠	٢٠٠	٨٠٠
٩٦/٩٥	٧٠٠	٣٠٠	١٠٠٠
٩٧/٩٦	٨٥٠	٤٥٠	١٣٠٠
٩٨/٩٧	١٠٥٠	٨٠٠	١٨٥٠

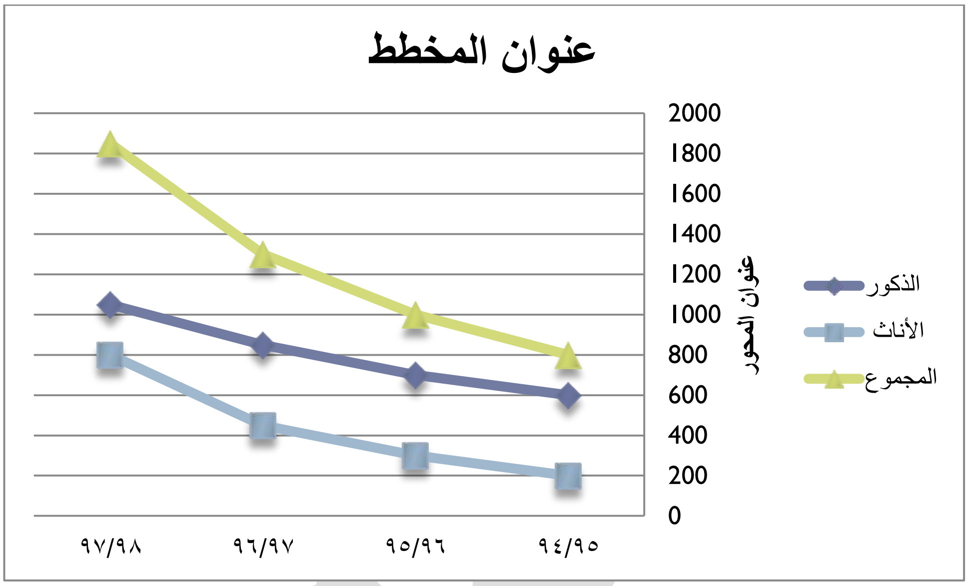
أعرض هذه البيانات بطريقة المستطيلات



٣) **طريقة الخط المنكسر :**

تستعمل هذه الطريقة لعرض البيانات الناتجة من تغير ظاهره أو عدة ظواهر مع مسميات أو مع الزمن أو تغير أعداد الطلبة في جامعة مع السنوات أو تغير درجة حرارة مريض مع الزمن .

مثال : أعرض البيانات في الجدول السابق بطريقة الخط المنكسر :



٤) **طريقة الخط المنحني**

هي نفسها طريقة الخط المنكسر والفرق الوحيد هو بطريقة توصيل بين النقاط التالية بحيث تكون هنا على شكل منحنى .

٥) **طريقة الدائرة :**

نقوم بتقسيم الكل إلى أجزاءه فيمثل المجموع الكلي بدائرة كاملة ويمثل كل جزء بقطاع دائرة

مثال : يمثل الجدول رقم (٣) عدد أعضاء هيئة التدريس في أحدى الجامعات خلال السنوات ٩٦/٩٥ – ٩٩/٩٨

جدول رقم (٣)

العام الجامعي	عدد أعضاء هيئة التدريس
٩٦/٩٥	٩٥
٩٧/٩٦	١٠٥
٩٨/٩٧	١٢٠
٩٩/٩٨	١٣٥
	٤٥٠

أعرض هذه المعلومات بطريقة الدائرة

المجموع الكلي = ٩٥+١٠٥+١٢٠+١٣٥ = ٤٥٠

حتى نحسب الزاوية لأي قطاع نطبق القانون التالي :

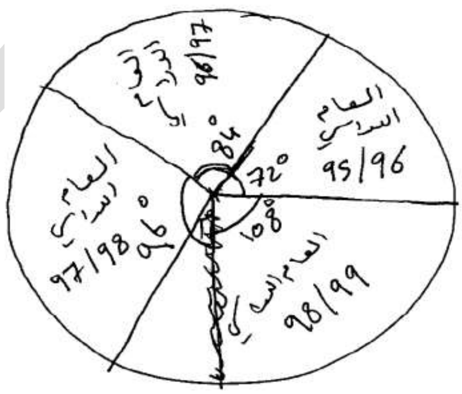
زاوية القطاع = ٣٦٠ ×عدد أعضاء هيئة التدريس لهذه السنة ÷ المجموع الكلي

زاوية قطاع ٩٥/٩٦ = ٣٦٠ x ٩٠÷٤٥٠ = ٧٢°

زاوية قطاع ٩٦/٩٧ = ٣٦٠ x ١٠٥÷٤٥٠ = ٨٤°

زاوية قطاع ٩٧/٩٨ = ٣٦٠ x ١٢٥÷٤٥٠ = ٩٦°

زاوية قطاع ٩٨/٩٩ = ٣٦٠ x ١٣٥÷٤٥٠ = ١٠٨°



- **<u>بناء التوزيع التكراري :</u>**

تعريف :

التوزيع التكراري هو عبارة عن جدول يحتوي على عمودين

الأول يمثل الفئات

الثاني يمثل التكرارات

<u>خصائص هذا التوزيع</u>

١) الفئات تكون غير متداخلة

٢) يجب أن تكون الفئات ذات أطوال متساوية

٣) أن تحتوي هذه الفئات على جميع البيانات التي نريد تمثيلها

طرق عرض البيانات الفردية

- **العينة العشوائية البسيطة**

١- حجم المجتمع معروف مسبقاً
٢- المجتمع متجانس

حجم المجتمع (N)

- N = 1000
- 1000 – 1 = 999

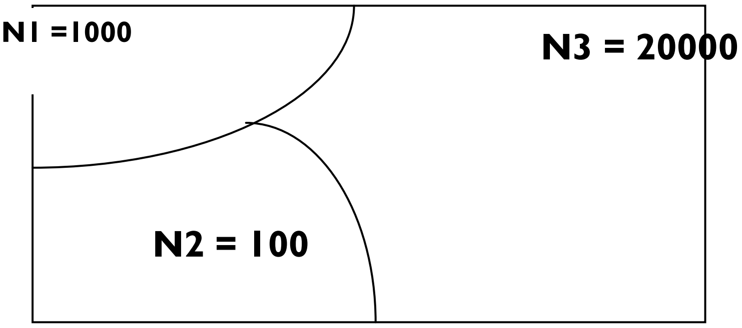
نرقم افراد المجتمع بهذه الطريقة:

= 000 , 001 , 002 , 003 , 004 , 005 , ... , 999

234|5|6
124|8|2
157|1|0
⋮

N = 100 حجم العينة

- **العينة الطبقة**



N1 + N2 + N3 = N

N = 100 تعطى مسبقاً

100+1000+20000

$$n_1 + n_2 + n_3 = n$$

$$n_1 = \frac{n}{N} \times N_1 =$$

$$= \frac{100}{21100} \times 1000 =$$

$$n_2 =$$

$$n_3 =$$

ملاحظة في طريقة العينة الطبقية : نستخدم طريقتين لسحب أفراد العينة ، الأولى باستخدام العينة الطبقية ، أما الثانية فهي العينة العشوائية البسيطة.

- **بناء التوزيع التكراري**

مثال : أبن التوزيع التكراري للبيانات التالية :التي تمثل علامات ٣٠ طالب في إمتحان نهائي لمبادئ الإحصاء

15 ، 21 ، 22 ، 25 ، 30 ، 35 ، 33 ، 18 ، 41 ، 42 ، 47
26 ، 19 ، 40 ، 29 ، 30 ، 38 ، 36 ، 35 ، 19
17 ، 16 ، 21 ، 22 ، 32 ، 33 ، 35 ، 41 ، 45 ، 46

يتم بناء التوزيع حسب الخطوات التالية :

١- نحدد عدد الفئات وعادة ما تكون بين ٥ و ١٥
في مثالنا لتكن عدد الفئات ٦
٢- المدى = أكبر مشاهدة – أصغر مشاهدة
٤٧ – ١٥ = ٣٢
٣- نجد طول الفئة Δ وتسمى دلتا
طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$\Delta = \frac{32}{6} = 5.333$ الأعلى 6
التقريب دائماً يكون للأعلى

ملاحظة : طول الفئة يجب أن يكون متناسق مع البيانات فإذا كانت البيانات أعداد صحيحة يجب أن يكون طول الفئة عدد صحيح .
وإذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية واحد يجب أن يكون كذلك طول الفئة ذو منزلة عشرية واحدة وهكذا
مثال : حول كيف نقرب Δ حسب البيانات الموجودة في الدراسة .

- إذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية واحدة

$\Delta = 2.56 \cong 2.6$
$\Delta = 6.333 \cong 6.4$
$\Delta = 4.2476812 \cong 4.3$

- إذا كانت البيانات ذات منزلتين عشرية

$\Delta = 4.2476812 \overset{\text{الاعلى}}{\cong} 4.25$
$\Delta = 6.333 \cong 6.34$

٤- الفئة الأولى هي الأهم :

الفئة تتكون من حدين حد أدنى وحد أعلى
الحد الأدنى للفئة هو أصغر من أو يساوي
أصغر مشاهدة ويفضل أختيار أصغر مشاهدة من بين المشاهدات
في مثالنا :
الحد الأدنى = ١٥
الحد الأعلى = الحد الأدنى + Δ - وحدة دقة
= ١٥+٦-١ = ٢٠

❖ الفئة الأولى في التوزيع التكراري ١٥ – ٢٠

وحدة الدقة تتناسب مع شكل البيانات إذا كانت البيانات أعداد صحيحة كان وحدة الدقة ١

وإذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية واحدة كانت وحدة الدقة تساوي ٠.١

أذا كانت البيانات ذات منزلتين كانت وحدة الدقة هي ٠.٠١

ثلاث منازل عشرية كانت وحدة الدقة ٠.٠٠١

الفئات	تفريغ البيانات	التكرارات (f_i)	مراكز الفئات (X_i)	الفئات الفعلية
				8.5 – 14.5
15 – 20	~~////~~ //	7	17.5	14.5 – 295
21 – 26	~~////~~ /	6	23.5	20.5 – 26.5
27 – 32	////	4	29.5	26.5 – 32.5
33 – 38	~~////~~ //	7	35.5	32.5 – 38.5
39 – 44	///	3	41.5	38.5 – 44.5
45 – 50	///	3	47.5	44.5 – 50.5
المجموع		$30 = \sum_{i=1}^{6} f_i =$ عدد البيانات		

- لبناء الفئات الأخرى فقط نضيف طول الفئة Δ إلى كل حد من الحدين الأدنى والأعلى
- ملاحظة : الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه هو يمثل طول الفئة

عدد الفئات

$$\sum_{i=1}^{6} f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6$$
$$= 7 + 6 + 4 + 7 + 3 + 3$$
$$= 30$$

مركز الفئة i = $\frac{\text{الحد الادنى للفئة } i + \text{الحد الاعلى للفئة}}{2}$

مركز الفئة $= \frac{15 + 20}{2} = \boxed{17.5}$

ولإيجاد بقية مراكز الفئة فقط نضيف طول الفئة

- **الفئات الفعلية** تتكون بطرح نصف وحدة دقة من الحد الأدنى لكل فئة وإضافة نصف وحدة دقة للحد الأعلى لكل فئة .
- في مثالنا وحدة الدقة = ١

نصفها = ٠.٥

إذا كانت وحدة الدقة ٠.١ نصفها

$$0.05 = \frac{0.1}{2}$$

- التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$

الفئات	fi (التكرار)	التكرارات النسبية	التكرار المئوي
15 – 20	7	$\frac{7}{30} = 0.233$	$0.233 \times 100\% = 23.3\%$
21 – 26	6	$6/30 = 0.20$	$0.2 \times 100\% = 20\%$
27 – 32	4	$4/30 = 0.133$	13.3%
33 – 38	7	$7/30 = 0.233$	23.3%
39 – 44	3	$3/30 = 0.10$	10%
45 – 50	3	$3/30 = 0.10$	10%
المجموع	30	1	100%

- **التكرار المئوي = التكرار النسبي × ١٠٠%**
- **التكرار المتجمع الصاعد : جدول يحتوي على الحدود الفعلية العليا مع التكرار المتجمع**

الفئات الفعلية العليا	التكرار المتجمع
أقل من 14.5	0
أقل من 20.5	7
أقل من 26.5	13
أقل من 32.5	17
أقل من 38.5	24
أقل من 44.5	27
أقل من 50.5	30

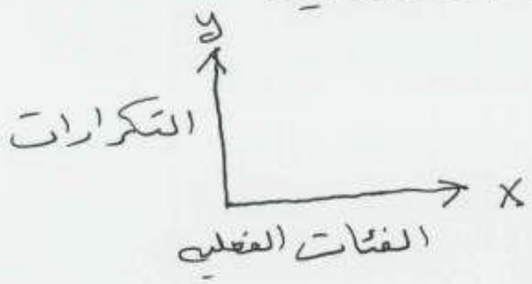
قد تكون الحقيقة بأنه يوجد جانب مظلم بشكل قليل في كل شخص منا، كون الشخص سعيداً لا يعني بأن حياته مثالية. لأن السعادة قد تكون نتيجة لمجموعة أشياء صغيرة

e7sas

تمثيل التوزيع التكراري

* طرق تمثيل التوزيع التكراري :

1) المدرج التكراري



نضع الحدود الفعلية على المحور الافقي كما ونضع التكرارات على المحور العمودي ومن ثم نقيم المستطيلات بحيث تكون قاعدتها تساوي طول الفئة وارتفاعها يساوي التكرار المقابل لهذه الفئة .

2) المضلع التكراري

نضع على المحور الافقي مراكز الفئات وعلى المحور العامودي التكراري .

٣) المنحنى التكراري

وهو نفس المضلع التكراري في رسمه والفارق الوحيد بينهما هو في طريقة التوصيل بين النقاط المتتالية بحيث هنا يكون بشكل منحنى .

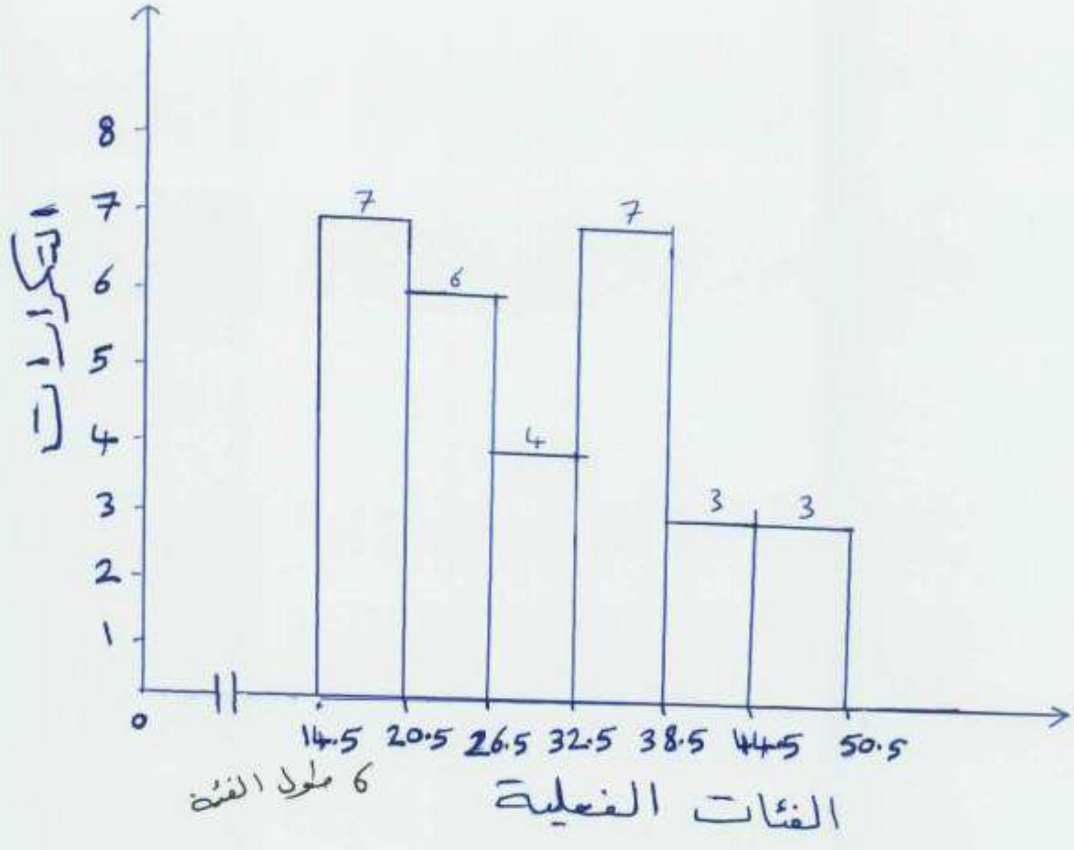
٤) المضلع التكراري المتجمع الصاعد

٥) المنحنى التكراري المتجمع

هو نفسه المضلع التكراري المتجمع في طريقة رسمه والفرق الوحيد هو اننا نوصل بين النقاط بشكل منحنى .

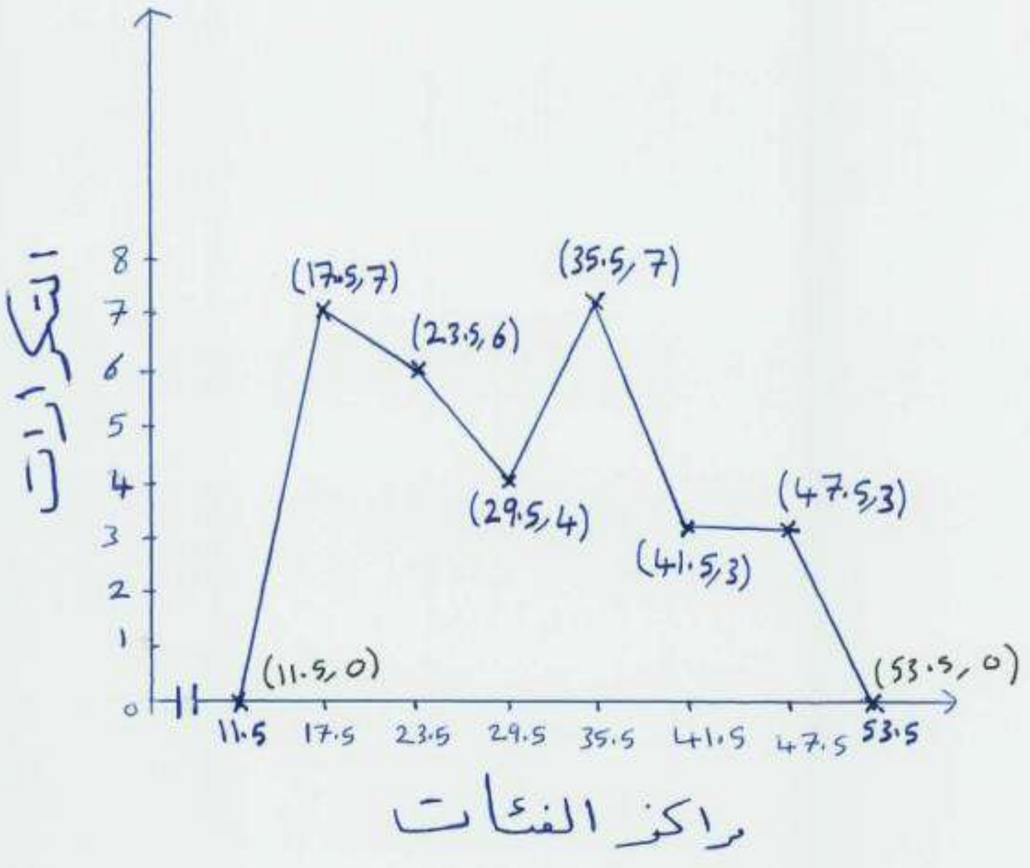
-2-

١) المدرج التكراري :

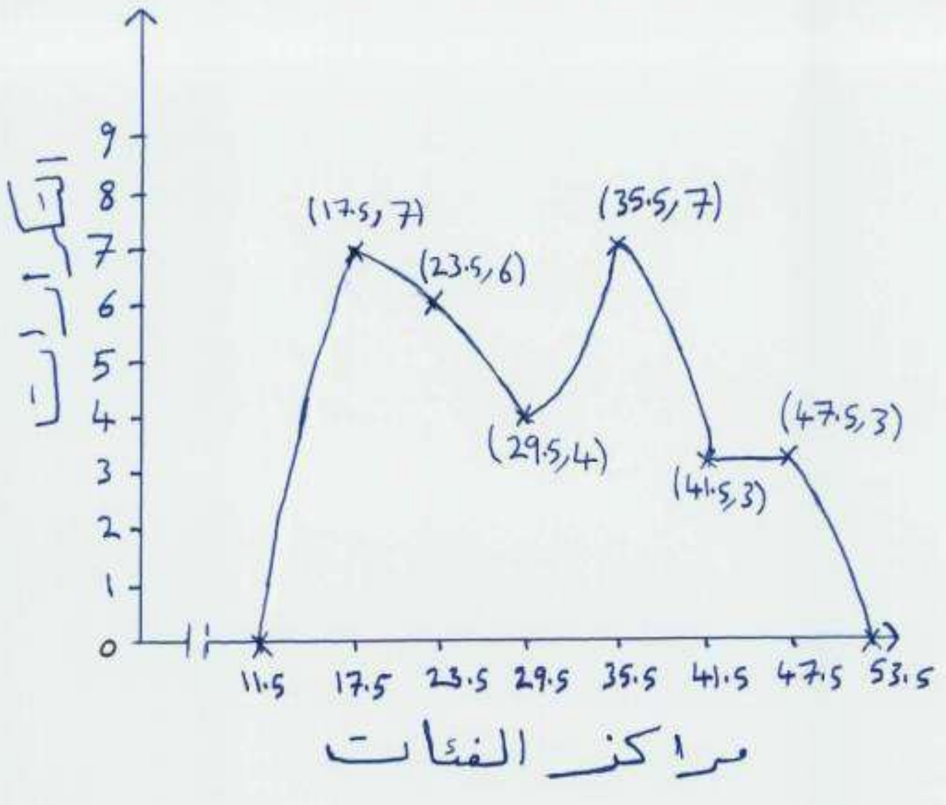


-3-

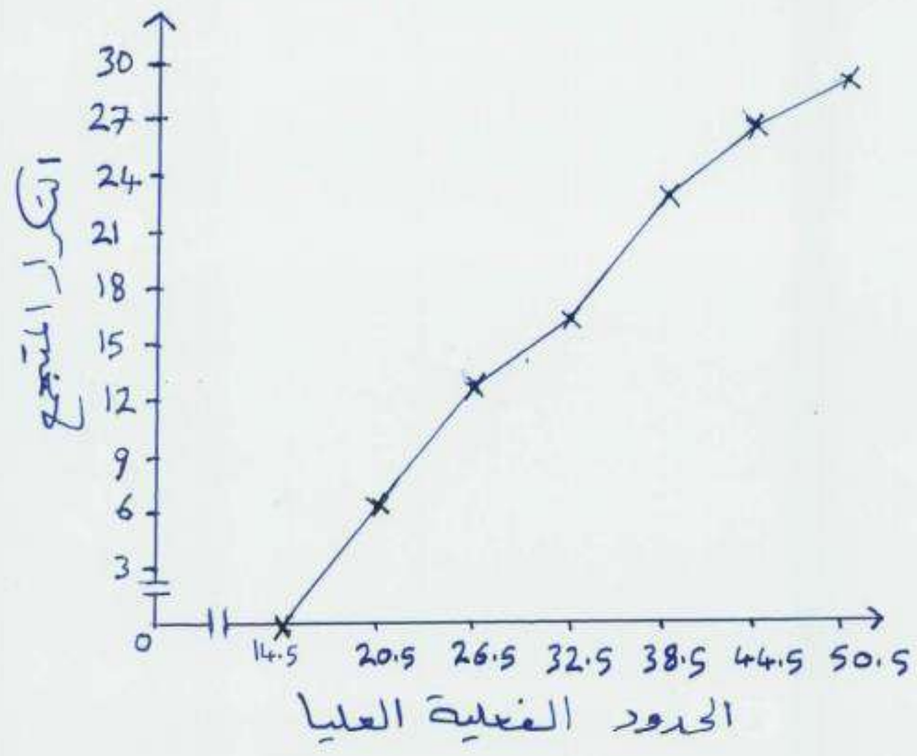
د) المضلع التكراري



٣) المنحنى التكراري



٤- المضلع التكراري المتجمع الصاعد



* مقاييس النزعة المركزية

أ) بيانات مفردة اي غير مجمعة في توزيع تكراري.

ب) من توزيع تكراري.

ومن هذه المقاييس:

1) الوسط الحسابي: $(\bar{X})$

تعريفاً: الوسط الحسابي للبيانات المفردة $x_1, x_2, \dots, x_n$ والتي عددها n هو

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad (*)$$

مثال:

$$\sum_{i=1}^{4} i = 1+2+3+4 =$$

$$\sum_{i=1}^{4} (i+3) = (1+3)+(2+3)+(3+3)+(4+3)$$
$$= 4+5+6+7 = 22$$

مثال: احسب الوسط الحسابي للبيانات

$$\underset{x_1}{2}, \underset{x_2}{5}, \underset{x_3}{1}, \underset{x_4}{0}, \underset{x_5}{6}, \underset{x_6}{7}$$

$n = 6$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6}$$
$$= \frac{2+5+1+0+6+7}{6}$$
$$= \frac{21}{6} = \boxed{3.5}$$

-7-

مثال: احسب الوسط الحسابي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11, 50

* من خصائص الوسط الحسابي انه يتأثر سريعاً من القيم الشاذه.

$$\bar{X} = \frac{10+15+3+7+8+11+50}{7}$$

$$= \frac{104}{7} = \boxed{14.857}$$

مثال: احسب الوسط الحسابي للبيانات السابقة بدون القيمة 50 اي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11,

الحل:

$$\bar{X} = \frac{10+15+3+7+8+11}{6}$$

$$= \frac{54}{6} = \boxed{9}$$

-8-

المذاكرة المبكرة ستجعل الطالب على وعي ببعض المعلومات التي تحتاج لتركيز

E7sas

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية

أ- البيانات مفردة (أي غير مجدولة) أي غير مفرغة في توزيع تكراري

ب- عندما تكون البيانات مفرغة في توزيع تكراري

١) الوسط الحسابي

أ) <u>مفردات</u>

تعريف : الوسط الحسابي للبيانات المفردة x_1 ، x_n ...... والتي عددها

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{x1+x2+\cdots+xn}{n}$$

مثال : أحسب الوسط الحسابي للبيانات التالية 2.5.1.0.6.7

$$n = 6$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_6}{6}$$

$$= \frac{2+5+1+0+6+7}{6}$$

$$= \frac{21}{6} = 3.5$$

ملاحظة : الوسط الحسابي يتأثر بالقيم الشاذة

مثال : أحسب الوسط الحسابي للبيانات التالية 10.15..3.7.8.11.100

$$\bar{x} = \frac{10+15+3+7+8+11+100}{7}$$

$$22 = \frac{154}{7}$$

مثال أحسب الوسط الحسابي للبيانات التالية 10.15..3..7.8.11.

$$\bar{x} = \frac{10+15+3+7+8+11}{6}$$

$$9 = \frac{54}{6}$$

٢) الوسيط

ونرمز له بالرمز M

تعريف : الوسيط في البيانات المفردة المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً

هو القيمة التي تحجز تحتها ٥٠% من البيانات وبعدها ٥٠% من البيانات

أي هو القيمة المتوسطة للبيانات التي عددها فردياً وهو يساوي الوسط الحسابي للقيمتين المتوسطتين بين جميع البيانات عندما يكون عددها زوجياً .

مثال : أوجد الوسيط من بين البيانات التالية : 10.15..3..7.8.11.100

الحل : أولاً نرتب البيانات تصاعدياً ~~3~~.7.8.**10**.~~11.15.100~~

عدد البيانات فردي n=7

- الوسيط ه = 10

مثال : أحسب الوسيط للبيانات .10.15..3..7.8.11

الحل : ~~3.7.~~ **8.10**.~~11.15~~.

$$M = \frac{8+10}{2}$$
$$= 9$$

ملاحظة : الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة

مثال : أحسب الوسيط للبيانات التالية :

20.17.10.25.28.1000.2.8

الحل : نرتب البيانات

~~2.8.10~~.17.20.~~25.28.1000~~

$$M = \frac{17+20}{2}$$
$$\frac{37}{2}$$
$$= 18.5$$

٣) **المنوال**

تعريف : هو القيمة الأكثر تكراراً بما يجاورها من بيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازليا

مثال : أوجد المنوال (المنولات) للبيانات التالية

5.7.5.3.4.5.5.6.7.9.9.10.9.5.9.9.5.9

الحل :

نرتب البيانات تصاعديا

3.4.5.5.5.5.5.5.6.7.7.9.9.9.9.9.9.10

المنوالات 5.9

ب) **<u>البيانات في توزيع تكراري</u>**

١- الوسط الحسابي

تعريف : كانت مراكز الفئات في التوزيع التكراري هي x_1، x_n ......

وكانت التكرارات المقابلة لها F_1 . F_2

فإن الوسط الحسابي لهذا التوزيع هو $\bar{x}=\frac{\sum xifi}{}$

حيث أن $n=\sum_i^h fi$

h = عدد الفئات

مثال : أحسب الوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي :

فئات	تكرار f_i	مراكز الفئات x_i	$x_i f_i$
3 – 7	10	5	50
8 – 12	2	10	20
13 – 17	5	15	75
18 – 22	7	20	140
23 – 27	6	25	150
Total	30 // n		$\sum x_i f_i$ 435

$$\bar{x}=\frac{\sum xifi}{n}=$$

$$\frac{435}{30}=14.5$$

٤٥٠

2) الوسيط :

تعريف : قيمة الوسيط لتوزيع تكراري هو

$$M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - N_1}{f_m} \right) \times \Delta$$

حيث ان :

a : الحد الادنى الفعلي للفئة الوسيطة

n : مجموع التكرارات .

N_1 : التكرار المتجمع الذي يسبق رتبة الوسيط

f_m : تكرار الفئة الوسيطة .

Δ : طول الفئة .

مثال: احسب الوسط للتوزيع التكراري السابق

الفئات	f_i	الفئات الفعلية	التكرار المتجمع
3 – 7	10	2.5 – 7.5	10
8 – 12	2	7.5 – 12.5	12 → 15
13 – 17	5	12.5 – 17.5	17
18 – 22	7	17.5 – 22.5	24
23 – 27	6	22.5 – 27.5	30
	30		

الحل:

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{n}{2}$$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

∴ الفئة الوسيطية هي: (12.5 – 17.5)

$$M = 12.5 + \left(\frac{15-12}{\cancel{5}}\right) \times \cancel{5}$$

$$= 12.5 + 3 = \boxed{15.5}$$

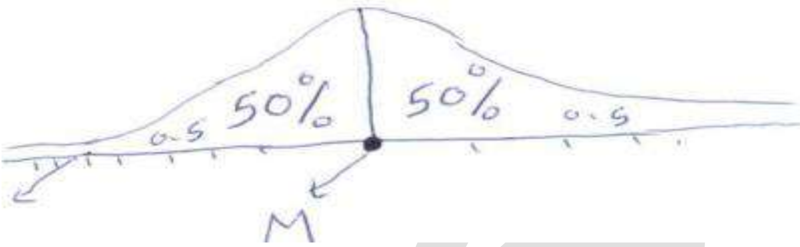
– 13 –

قدم للعالم أفضل ما لديك، وسوف لن يقدم لك شيئاً قدم للعالم الشيء الأفضل

e7sas

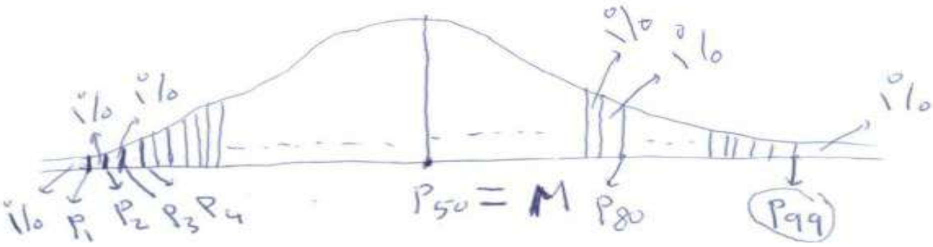
الوسيط ، المئينات ، الربيعات والعشيرات

- **الوسيط (MEDIAN (M**



البيانات المرتبة

- المساحة تحت المنحنى تساوي ١
- **المئينات Percentiles (p)**



بحيث مجموع المساحات = 100%

P_1 : هي القيمة التي تحجز تحتها ١% من البيانات وبعدها ٩٩% من البيانات المرتبة .

P_K : هو القيمة التي تحجز تحتها k% من البيانات المرتبة وبعدها % (100-k) من البيانات المرتبة .

حيث k = 1.2.3........99

وبحساب P_K نطبق القانون التالي :

$$P_K = a + \left(\frac{\frac{k}{100}\times n - N1}{\mathcal{F}}\right) \times \Delta$$

حيث أن :

a : الحد الأدنى الفعلي للفئة المئينية

K : المئين ونأخذ القيم من ١ إلى ٩٩

N : مجموع التكرارات أي

$$\sum_{i=1}^{n} fi$$

رتبة المئين $\frac{k}{100}\times n$ = k

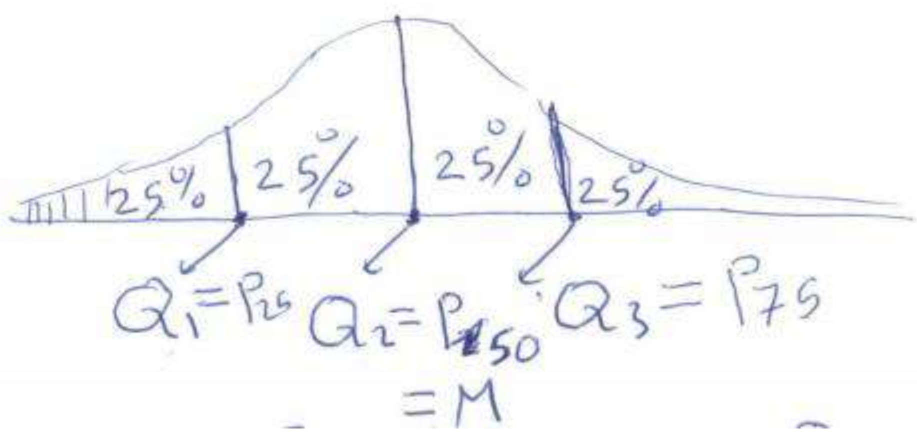
N1 : التكرار التراكمي الذي يسبق رتبة المئين

F : التكرار الأصلي للفئة المئينية

من العمود الثاني (عمود التكرارات)

Δ : طول الفئة في التوزيع التكراري

- **الربيعات (Q) quartiles**



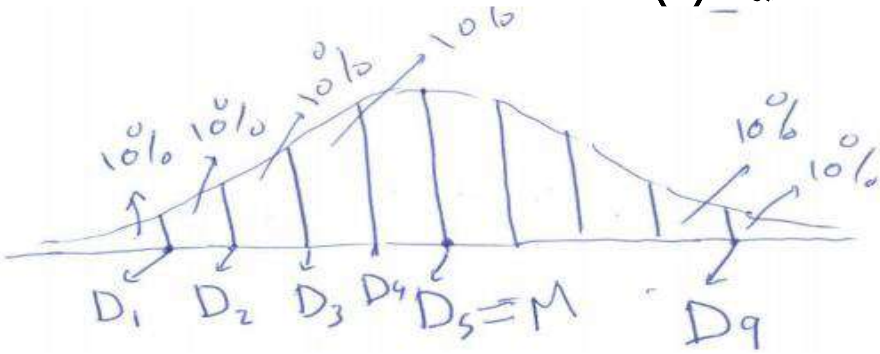
Q1: هي القيمة التي تحجز تحتها ٢٥% من البيانات
المرتبة والتي تحجز بعدها ٧٥% من البيانات

Q2: " " " " %٥٠ " "
" " " " %٥٠ " "

Q3 : " " " " %٧٥ " "
" " " " %٢٥ " "

$Q1= P_{25}$
$Q2=P_{50} = M$
$Q3= P_{75}$

- **العشيرات (D) DECILES**



D_1: هي القيمة التي تحجز تحتها ١٥% من البيانات
المرتبة والتي تحجز بعدها ٩٥% من البيانات

D_2: " " " " %٢٠ " "
" " " " %٨٠ " "

D_9 : " " " " " %٩٠ " "
" " " " " %١٥ " "

$D_1 = P_{10}$ $D_2 = P_{20}$ $D_3 = P_{30}$ $D_4 = P_{40}$ $D_5 = P_{50}$

$D_6 = P_{60}$ $D_7 = P_{70}$ $D_8 = P_{80}$ $D_9 = P_{90}$

$D_5 = P_{50} = Q_2 = M$

مثال : في التوزيع التكراري التالي أوجد مايلي :

١- المئين 60 - P60
٢- الربيع الأول Q1
٣- العشير الخامس D5
٤- الوسيط M

الفئات	التكرارات f_i	الفئات الفعلية	التكرار التراكمي
3-7	5	2.5-7.5	5 → 7.5
8-12	7	7.5-12.5	12 → 15 → 18
13-17	10	12.5-17.5	22
18-22	4	17.5-22.5	26
23-27	4	22.5-27.5	30
Total	30 = n		

١- رتبة المئين ٦٠ =

$$= \frac{K}{100} \times n = \frac{60}{100} = \times 30 = 18$$

الفئة المئينية هي 12.5 - 17.5

$$P60 =(a+ \frac{\frac{K}{100} \times n - N1}{F}) \Delta$$

$$= 12.5 + (\frac{18-12}{10}) \times 5$$

$$= 15.5$$

15.5 تحجز تحتها ٦٠% من البيانات وبعدها ٤٠%

٢- الربيع الأول *Q1* *Q1=P25*

رتبة المئين ٢٥

$$= \frac{25}{100} \times 30 = 7.5$$

الفئة المئينية هي *7.5 – 12.5*

$$Q1 = P25 = 7.5 + (\frac{7.5-5}{7}) \times 5$$

$$= 7.5 + 1.786$$

$$= 9.286$$

معنى ذلك أن القيمة *Q1 = 9.286* تحتجز تحتها ٢٥% من البيانات وبعدها ٧٥% من البيانات

٣- العشير الخامس D5

D5 = P50

رتبة المئين ٥٠

$$= \frac{50}{100} \times 30$$

الفئة المئينية هي 12.5 – 17.5

$$D5 = P50 = 12.5 + (\frac{15-12}{10}) \times 5$$

$$= 12.5 + 1.5 = 14$$

14 تحجز تحتها ٥٠% من البيانات وبعدها ٥٠%

٤- الوسيط M

M = D5 = P50 = **14**

من السؤال السابق

M = P50

Q1 = P25	Q2= P50	Q3= P75
D1=P10	D2= P20	D9= P90

أسعد يوم فى حياتك، يوم تدفن فى قبرك والناس من حولك يسألون الله لك التثبيت بقلوب رحيمة.

E7sas

البث المباشر الثاني

مثال:

إذا أعطينا التوزيع التكراري التالي

أكمل الأعمدة الفارغة:

حدود الفئات	التكرار f	مركز الفئات	الفئات الفعلية	التكرار النسبي	التكرار المئوي
2 – 6	8	4	1.5 – 6.5	$8/20 = 0.40$	$0.40 \times 100\% = 40\%$
7 – 11	5	9	6.5 – 11.5	$5/20 = 0.25$	25%
12 – 16	3	14	11.5 – 16.5	$3/20 = 0.15$	15%
17 – 21	4	19	16.5 – 21.5	$4/20 = 0.20$	20%
Total	n			1	100%

$$n = \sum f$$

مثال : لو اخذنا البيانات المفردة التالية

$x_1 \quad x_2 \; - \; \cdots \quad x_7$

$4, 6, 1, 2, 10, 7, 5$

احسب مايلي

1) الوسط الحسابي $(\bar{x})$.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{4+6+1+2+10+7+5}{7}$$

$$= \frac{35}{7} = \boxed{5}$$

2) الوسيط (M).

- الوسيط هو القيمة المتوسطة بين البيانات المرتبة اي هو القيمة التي تحجز تحتها 50% وبعدها 50% من البيانات.

ولايجاده :

نرتب :

$\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{4}, \boxed{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{10}$

$\therefore \; M = 5$

رتبة الوسيط $= 4$

(3) المدى = اكبر مشاهدة – اصغر مشاهدة .

$= 10 - 1 = 9 .$

(4) التباين (S^2) .

$$S^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n(\bar{x})^2\right)}{n-1}$$

$\bar{x} = 5$ محسوب من الفرع الاول .

$n = 7$ عدد البيانات

$\sum x^2 = 4^2 + 6^2 + 1^2 + 2^2 + 10^2 + 7^2 + 5^2$ مجموع المربعات

$= 16 + 36 + 1 + 4 + 100 + 49 + 25$

$= \boxed{231}$

نعوض ب S^2

$$S^2 = \frac{231 - (7)(5)^2}{7-1}$$

$$= \frac{231 - 175}{6} = \boxed{9.33}$$

(5) الانحراف المعياري (S)

هو الجذر التربيعي الموجب للتباين .

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{9.33} = \boxed{3.05}$$

⑥ معامل التغير (C.V).

الانحراف المعياري

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$= \frac{3.05}{5} = 0.611 \times 100\%$$

$$= 61.1\%$$

⑦ الانحراف المتوسط. (MD).

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$\bar{X} = 5$ من الفرع الاول.

$$MD = \frac{|4-5| + |6-5| + |1-5| + |2-5| + |10-5| + |7-5| + |5-5|}{7}$$

$$= \frac{1+1+4+3+5+2+0}{7}$$

$$= \frac{16}{7} = \boxed{2.286}$$

مثال: ② اذا اعطينا التوزيع التكراري التالي
فاوجد ما يليه:

فئات	f_i	$\bar{X}$ المركز	xf	x^2f	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$\lvert x-\bar{x}\rvert f$
3-7	14	5	70	350	2	28
8-12	4	10	40	400	3	12
13-17	2	15	30	450	8	16
Total	20		140	1200		56

n =

1) احسب الوسط الحسابي لهذا التوزيع:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{n} = \frac{140}{20} = \boxed{7}$$

X: مراكز الفئات
f: التكرار
$n = \sum f$: مجموع التكرارات

2) التباين (S^2)

$$S^2 = \frac{(\sum x^2 f - n\bar{x}^2)}{n-1}$$

$$= \frac{(1200 - (20)(7)^2)}{20-1}$$

$$= \frac{1200 - 980}{19} = \frac{220}{19} = \boxed{11.579}$$

3) الانحراف المعياري S

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{11.579}$$

$$= \boxed{3.4}$$

4) معامل التغير C.V

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{3.4}{7}$$

$$= 0.4857 \times 100\%$$

$$= 48.57\%$$

5) الانحراف المتوسط M.D

$$MD = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{n}$$

$$= \frac{56}{20} = \boxed{2.8}$$

6) الوسيط (M) نحوله الى المئين 50 .

$$M = P_{50}$$

رتبة المئين 50 =

$$= \frac{50}{100} \times 20 = 10$$

الفئات الفعلية	التكرار التراكمي
2.5 – 7.5	14
7.5 – 12.5	18
12.5 – 17.5	20

$\to 10$, $\to 15$

∴ الفئة المئينية (الوسيطة) هي $2.5 - 7.5$

$$M = P_{50} = a + \left(\frac{\frac{50}{100} \times n - N_1}{f}\right)\Delta$$

$$= 2.5 + \left(\frac{10 - 0}{14}\right)5$$

$$= 2.5 + 3.57143 = \boxed{6.07143}$$

7) الربيع الثالث Q_3 .

$$Q_3 = P_{75}$$

رتبة المئين 75 $= \frac{75}{100} \times 20$

$= \boxed{15}$

∴ الفئة المئينية هي $7.5 - 12.5$

$$Q_3 = P_{75} = 7.5 + \left(\frac{15 - 14}{4}\right) 5$$

$$= 7.5 + 1.25 = \boxed{8.75}$$

8) المدى = الحد الاعلى الفعلي للفئة الاخيرة – الحد الادنى الفعلي للفئة الاولى

$$= 17.5 - 2.5 = \boxed{15}$$

مثال (٣):

إذا اعطينا جدول التوزيع التكراري التالي أجب عما يلية

فئات	التكرار f	الفئات الفعلية	التكرار المتجمع
5 – 9	10	4.5 – 9.5	10
10 – 14	6	9.5 – 14.5	16
15 – 19	4	14.5 – 19.5	20
Total	20		

١) أوجد الوسيط (M)

الحل: $M = P_{50}$

رتبة الوسيط او المئين 50 $= \frac{50}{100}\times 20$

$= 10$

بما ان رتبة المئين ١٠ وهي احدى التكرارات المتجمعة

لذلك تكون

$M = P_{50} =$ الحد الفعلي الادنى للفئة المقابلة لـ ١٠

$= 9.5$

2) أوجد الربيع الأول (Q_1)

$Q_1 = P_{25}$

رتبة المئين 25 $= \frac{25}{100}\times 20$

$= 5$

∴ الفئة المئينية هي $(4.5 - 9.5)$

$\therefore P_{25} = 4.5 + \left(\frac{5-0}{10}\right)5 = 4.5 + 2.5 = \boxed{7}$

مثال (٤٠):

اذا اعطيت البيانات التالية:

10, 7, 0, 2, 4, 1, 6, 10

اوجد:

1) الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{8} = $$

$$= \frac{10+7+0+2+4+1+6+10}{8}$$

$$= \frac{40}{8}$$

$$= \boxed{5}$$

2) التباين (s^2)

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$\sum x^2 = (10)^2 + 7^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2 + 1^2 + 6^2 + 10^2$$

$$= 100 + 49 + 0 + 4 + 16 + 1 + 36 + 100$$

$$= 306$$

$$s^2 = \frac{306 - 8(5)^2}{8-1} = \frac{306 - 200}{7}$$

$$= \frac{106}{7} = 15.143$$

3) الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum |x-\bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x-5|}{8}$$

$$= \frac{|10-5|+|7-5|+|0-5|+|2-5|+|4-5|+|1-5| + |6-5| + |10-5|}{8}$$

$$= \frac{5+2+5+3+1+4+1+5}{8}$$

$$= \frac{26}{8} = \boxed{3.25}$$

كلما ازداد حبنا تضاعف خوفنا من الاساءة إلى من نحب.

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت

١) المدى range

المدى = أكبر مشاهدة – أصغر مشاهدة

كما ويحسب من توزيع تكراري بـ
المدى = الحد الفعلي الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الفعلي الأدنى للفئة الأولى

في حالة وجود قيم شاذة بين البيانات فإن حساب المدى لا يعطي معنى حقيقي ووسفي دقيق للبيانات
لذلك نلجأ لحساب المدى المئيني والمدى الربيعي كما يلي :
المدى المئيني = المئين ٩٠ – المئين ١٠
$=p90 - p10$

المدى الربيعي = الربيع الثالث – الربيع الأول
$= Q3 - Q1$

المدى من توزيع تكراري
المدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى
المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

مثال " أحسب المدى للتوزيع التكراري التالي :

فئات	تكرار fi	الحدود الفعلية	مراكز الفئة
4 – 9	4	3.5 – 9.5	6.5
10 – 15	10	9.5 – 15.5	12.5
16 – 21	5	15.5 – 21.5	18.5
22 – 27	6	21.5 – 27.5	24.5
28 – 33	5	27.5 – 33.5	30.5
	30		

الحل : المدى = الحد الفعلي الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الفعلي الأدنى للفئة الأولى
$= 30.5 - 3.5 = 30$
المدى = $30.5 - 6.5$
$= 24$

٢) التباين (S^2)

تعريف : التباين للبيانات XN .... . XI هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1}$$

كما ويحسب من توزيع تكراري

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{h} f_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{(n-1)}$$

حيث : Xi : تمثل مراكز الفئات في التوزيع التكراري

: $\bar{x}$ الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

: n مجموع التكرارات أي

$$n = \sum^{h} fi$$

= H عدد الفئات

F_i تمثل التكرارات المقابلة لكل مركز فئة

٣) الإنحراف المعياري (S)

تعريف : الإنحراف المعياري هو الجذر ال تربيعي الموجب للتباين

$S = \sqrt{s2} \geq 0$

مثال : أحسب التباين والإنحراف المعياري للمشاهدات

2 . 5 . 3 . 7 . 4

الحل

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5}$$

$$= \frac{2+5+3+7+4}{5}$$

$$= \frac{21}{5} = 4.2$$

$$\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = (2)^2 + (5)^2 + (3)^2 + (7)^2 + (4)^2$$

$$= 4 + 25 + 9 + 49 + 16$$

$$= \boxed{103}$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{5} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1} = \frac{103 - (5)(4.2)^2}{5-1}$$

$$= \frac{103 - 88.2}{4} = \boxed{3.7}$$

الانحراف المعياري :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3.7} = \boxed{1.924}$$

مثال : أحسب التباين والإنحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	f_i	مركز الفئة x_i	$x_i f_i$	$f_i \cdot x_i^2$
3-7	10	5	50	250
8-12	5	10	50	500
13-17	3	15	45	675
18-22	7	20	140	2800
23-27	5	25	125	3125
	$n=30$		410	7350

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{h} x_i f_i}{n} = \frac{410}{30} = \boxed{13.67}$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{h} f_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\left(7350 - (30)(13.67)^2\right)}{30-1}$$

التباين

$$= \frac{7350 - 5606.067}{29} = \boxed{60.136}$$

* الانحراف المعياري: هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{60.136} = \boxed{7.7547}$$

٤) الانحراف المتوسط : MD

تعريف : الانحراف المتوسط للبيانات $X_1 \ldots\ldots X_n$ هو

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

ويحسب الانحراف المتوسط من توزيع تكراري كما يلي :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

حيث : Xi : تمثل مراكز الفئات

$\bar{x}$ الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

n : مجموع التكرارات

H = عدد الفئات

F_i تمثل التكرارات المقابلة لمراكز الفئات

$|-4| = 4$

$|-5| = 5$

$|5| = 5$

$\sum(xi - \bar{x}) = 0$

مثال : أوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية

4,7,5,3,0

الحل :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{5} |x_i - \bar{x}|}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{4+7+5+3+0}{5} = \frac{19}{5} = 3.8$$

x_i	$\|x_i - \bar{x}\|$
4	$\|4-3.8\| = \boxed{0.2}$
7	$\|7-3.8\| = \boxed{3.2}$
5	$\|5-3.8\| = \boxed{1.2}$
3	$\|3-3.8\| = \boxed{0.8}$
0	$\|0-3.8\| = \boxed{3.8}$
	9.2

$$md = \frac{9.2}{5} = 1.84$$

لا تتحدى إنساناً ليس لديه ما يخسره

E7sas

مقاييس التشتت

الانحراف المتوسط من توزيع تكراري

تعريف : الانحراف المتوسط لتوزيع تكراري مراكز الفئات فيه هي $x_1 \dots x_h$ والتكرارات المقابلة لهذه المراكز هي $f_1 \dots f_h$ هو

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{h} |xi - \bar{x}| . fi}{n}$$

$\bar{x}$ الوسط الحسابي من توزيع تكراري

N مجموع التكرارات

مثال : أحسب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي :

مثال: احسب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي

فئات	التكرار f_i	مركز الفئة x_i	$f_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert . f_i$
3 - 7	10	5	50	8.67	86.7
8 - 12	5	10	50	3.67	18.35
13 - 17	3	15	45	1.33	3.99
18 - 22	7	20	140	6.33	44.31
23 - 27	5	25	125	11.33	56.65
Total	30		410		210

الفئات	التكرارات fi	Xi	Xi fi	$\lvert xi - \bar{x} \rvert$	$\lvert xi - \bar{x} \rvert \times fi$
3 - 7	10	$3 . 7 = \frac{10}{2} = 5$	50	8.67	86.7
8 – 12	5	5 + 5 = 10	50	3.67	18.35
13 – 17	3	10 + 5 = 15	45	1.33	3.99
18 – 22	7	15 + 5 = 20	140	6.33	44.31
23 – 27	5	20 + 5 = 25	125	11.33	56.65
Total	30		410		210

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} fi \ \ xi}{n} = \frac{410}{30} = 13.67$$

$$M.D = \frac{210}{30} = 7$$

معامل التغير C.V

تعريف : معامل التغير لأي بيانات هو

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}} \times 100\%$$

حيث أن S الإنحراف المعياري

$\overline{X}$ الوسط الحسابي

مثال : لو كان لدينا الإحصائيات التالية التي تمثل مجموعتين هي مايلي :

$\overline{X}_2 = 10$ $\overline{X}_1 = 10$

$S_2 = 8$ $S_1 = 4$

أي من المجموعتين أكبر تغيراً ؟

الحل :

$$\mathbf{C.V_1 = \frac{S1}{\overline{X1}} = \frac{4}{10} = 0.4 \times 100\% = 40\%}$$

$$\mathbf{C.V_2 = \frac{S2}{\overline{X2}} = \frac{8}{10} = 0.8 \times 100\% = 80\%}$$

المجموعة الثانية أكثر تغيراً

مثال: من التوزيع التكراري التالي، أوجد مايلي:

1. الوسيط
2. الربيع الثالث (Q3).
3. المئين 90 (P90)
4. العشير الاول (D1).
5. المدى المئيني.

الفئات	التكرارات	الفئات الفعلية	التكرار التراكمي
5 – 9	3	4.5 – 9.5	3
10 – 14	7	9.5 – 14.5	10
15 – 19	10	14.5 – 19.5	20
20 – 24	5	19.5 – 24.5	25
25 - 29	15	24.5 – 29.5	40
Total	40		

الحل:

1. **الوسيط (M= P50)**

رتبة المئين 50

$= k/100 \times n$

$= \frac{50}{100} \times 40 = 20$

الفئة المئينية هي 14.5 – 19.5

M= P50 =

الحد الفعلي الاعلى للفئة المئينية = 19.5

2. **الربيع الثالث (Q3)**

Q3 = P75

رتبة المئين 75

$= \frac{75}{100} \times 40 = 30$

الفئة المئينية هي 24.5 – 29.5

$Q3 = P75 = 24.5 + \left(\frac{30-25}{15}\right) \times 5 = 26.167$

3. **المئين 90 (P90)**

رتبة المئين 90

$= \frac{90}{100} \times 40 = 36$

الفئة المئينية هي 29.5 – 24.5

$Q3 = P75 = 24.5 + (\frac{36-25}{15}) \times 5 = 28.167$

4. **العشير الاول (D1= P10)**

رتبة المئين = 10

$= \frac{10}{100} \times 40 = 4$

الفئة المئينية هي 14.5 – 9.5

$D1 = P10 = 9.5 + (\frac{4-3}{7}) \times 5 = 11.1667$

5. **المدى المئيني** = المئين 90 – المئين 10

$= P90 - P10$

$= 28.1667 - 11.1667 = 17$

مثال: أحسب التباين ، الانحراف المعياري والانحراف المتوسط للتوزيع التالي:

الفئات	التكرارات fi	Xi	Xi fi	$fi\,xi^2$	$\lvert xi-\bar{x}\rvert$	$\lvert xi-\bar{x}\rvert \times fi$
10 - 14	12	12	144	1728	10.4	124.8
15 - 19	9	17	153	2601	5.4	48.6
20 - 24	8	22	176	3872	0.4	3.2
25 - 29	5	27	135	3645	4.6	23
30 - 34	16	32	512	16384	9.6	153.6
Total	50		1120	28230		353.2

h = 5 , n = 50

$$\bar{x} = \frac{\sum xi\,fi}{h} = \frac{1120}{50} = 22.4$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{h} fi\,xi^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1} = \frac{28230 - 50(22.4)^2}{50-1}$$

$$\frac{28230 - 25088}{49} = 64.122$$

الانحراف المعياري :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{64.122} \cong 8.008$$

الانحراف المتوسط :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{h} \lvert xi-\bar{x}\rvert fi}{n} = \frac{353.2}{50}$$
$$= 7.064$$

معامل التغير لهذا التوزيع

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} 100\%$$

$$= \frac{8.008}{22.4} = 0.3575 \times 100\% = 35.78\%$$

ليست الشجاعة أن تقول ما تعتقد ، إنما الشجاعة أن تعتقد كل ما تقول

E7sas

الارتباط والانحدار

- **وحدة الارتباط و الانحدار: -**
- **الارتباط:**

هو معنى في حالة وجود متغيرين أو بعدين و اللذين سنرمز لهما بالرموز x , y , حيث x تشير إلى متغير معين و y تشير إلى متغير آخر.

- **أمثلة:**

1- دراسة هل هنالك تأثير في علامة الطالب في الثانوية العامة على علامته في الجامعة.

X : متغير يشير إلى علامة الطالب في الثانوية.

Y : متغير يشير إلى علامة الطالب في الجامعة.

- البيانات في هذه الدراسة سوف تكون على شكل أزواج مرتبة.

- مثال : مدى تأثير الطول على الوزن و هل هنالك علاقة بينهما ؟

X : متغير يمثل الطول ويسمى المتغير المستقل.

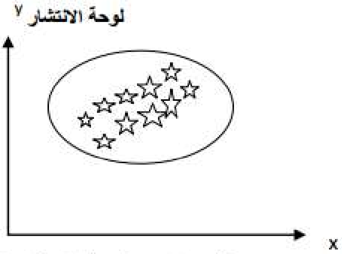
Y : متغير يمثل الوزن ويسمى المتغير التابع.

تكون البيانات على شكل أزواج مرتبة أي : (x1 , y2) , (x2 , y2) , ... , (xn , yn)

حيث n هي عدد الأشخاص في العينة.

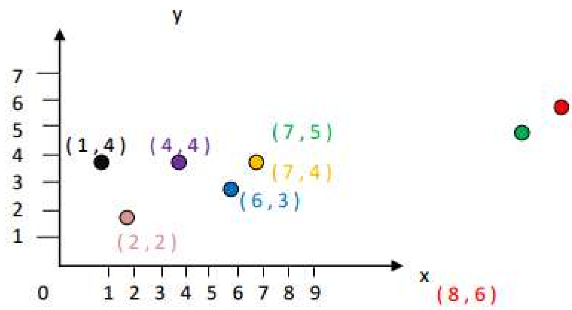
- **لوحة الانتشار: -**

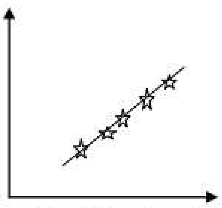
هي عبارة عن خطين متعامدين محور x و محور y

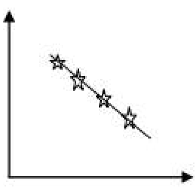


- مثال : ارسم لوحة الانتشار للبيانات:

X	8	1	6	4	7	7	2
y	6	4	3	4	5	4	2







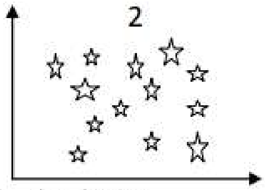
ارتباط خطي كامل سالب

ارتباط موجب كامل

- حتى نجد أن هنالك ارتباط بين متغيرين مثل x , y تستطيع معرفة ذلك من خلال حساب معاملات الارتباط و اللذين هما:

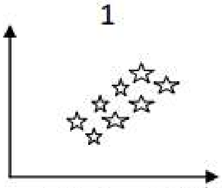
1- معامل ارتباط بيرسون.
2- معامل ارتباط بيرمان للرتب.

2



ارتباط خطي ضعيف

1



ارتباط قوي موجب

من خلال لوحتي الانتشار فأننا نلاحظ ان الارتباط في اللوحة 1 اقوى من الانتشار في اللوحة 2

- حتى نجد أن هنالك ارتباط بين متغيرين مثل x , y تستطيع معرفة ذلك من خلال حساب معاملات الارتباط و اللذين هما:

1- معامل ارتباط بيرسون.
2- معامل ارتباط بيرمان للرتب.

1- معامل ارتباط بيرسون:

تعريف : هو معامل ارتباط بيرسون لـ n من الأزواج المرتبة (x1 , x2) , ... , (xn , yn) هو

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x\,y - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x^2 - n\,\bar{x}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y^2 - n\,\bar{y}^2}}$$

حيث أن:

‾ : الوسط الحسابي للبيانات x1 , x2 , ... , xn .

‾ : الوسط الحسابي للبيانات y1 , y2 , ... , yn .

n : عدد الأزواج المرتبة.

- مثال :اوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين x , y حيث تكون قيمهم كما في الجدول التالي:

x	y	$x \times y$	x^2	y^2
8	6	48	64	36
1	4	4	1	16
6	3	18	36	9
4	4	16	16	16
7	5	35	49	25
7	4	28	49	16
2	2	4	4	4
35	28	153	219	122

□ الأعمدة

أحنا نستنتجها.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

$$r = \frac{153 - 7\,(5)(4)}{\sqrt{219 - 7\,(5)^2}\sqrt{122 - 7\,(4)^2}} = \frac{153 - 140}{\sqrt{44}\sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{144}\sqrt{10}} = 0.62$$

وصف قوة الارتباط : قوي موجب (طردي)

2- معامل ارتباط سبيرمان للرتب:

يعرف قانون معامل الارتباط للرتب معامل سبيرمان كما يلي:

$$rs = 1 - \frac{6 \sum d^2 i}{n\,(n^2 - 1)}$$

- حيث أن:

n : عدد الأزواج المرتبة (x , y) .

d : الفرق بين رتب x و رتب y .

يستعمل هنا المعامل عندما تكون n عدد الأزواج المرتبة , بين 25 و 30 .

الارتباط والإنحدار

مثال : احسب معامل سبيرمان للارتباط بالرتب بين المعدلات التالية لعشرة طلاب في شهادة الدراسة الثانوية و الفصل الجامعي الأول:

معدل الطالب في شهادة الثانوية x	10 77	8 85	9 79	5 88	2 93	7 86	1 94	3 90	6 87	4 89
معدل الطالب في نهاية الفصل الجامعي y	61 10	72 7	65 9	71 8	80 3	74 6	82 1	81 2	76 5	78 4

الحل :

- نرتب المعدلات x بحيث نعطي الرتبة 1 لأعلى معدل من بين معدلات x و هكذا للبقية .
- نرتب المعدلات y بحيث نعطي الرتبة 1 لأعلى معدل من بين معدلات y و هكذا للبقية .

رتب x	رتب y	الفرق بين الرتب (d)	d^2
10	10	0	0
8	7	1	1
9	9	0	0
5	8	-3	9
2	3	-1	1
7	6	1	1
1	1	0	0
3	2	1	1
6	5	1	1
4	4	0	0
Total			14

$$rs = 1 - \frac{6\sum d^2 i}{n\,(n^2-1)} = 1 - \frac{6\,(14)}{10\,(10^2-1)} = 1 - \frac{84}{990} = 1 - 0.085 = 0.915$$

وصف قوة الارتباط: قوي جدا موجب (طردي)

نلاحظ في المثال السابق عدم ظهور معدلات متساوية.

في حالة وجود بيانات متساوية فيكون تعيين الرتب لهذه البيانات كما يلي:

1. نرتب البيانات كما لو أن ليس فيها بيانات متساوية.
2. نأخذ الوسط الحسابي لرتب كل مجموعة من البيانات المتساوية و نعتبر هذا الوسط الحسابي رتبة كل بيان في هذه المجموعة.

مثال : عين الرتب للعلامات التالية:

63 , 70 , 79 , 63 , 70 , 63 , 57 , 53 , 57 , 45 , 65

7 , 3 , 1 , 6 , 2 , 5 , 8 , 10 , 9 , 11 , 4

نلاحظ أن القيمة 70 مكررة مرتين لذلك نأخذ الوسط الحسابي لرتبها الأولية فتكون رتبة 70 هي:

رتبة 70 هي 3 , 2 فنأخذ وسطهما الحسابي أي:

$$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

فتكون رتب 70 هو 2.5 .

- القيمة 63 مكررة ثلاث مرات ورتبها الأولية هي 7 , 6 , 5 , فيكون وسطهم هو $\frac{5+6+7}{3} = \frac{18}{3} = 6$.

رتبة 63 هو 6 .

- كذلك القيمة 57 لها الرتب الأولية 9 , 8 وسطهم هو $\frac{8+9}{2} = 8.5$.

الرتبة	العلامة
6	63
2.5	70
1	79
6	63
2.5	70
6	63
8.5	57
10	53
8.5	57
11	45
4	65

- **خصائص معامل الارتباط (r) :-**

1- إذا كانت قيمة معامل الارتباط r = 1 فإننا نصف الارتباطين x , y بأنه ارتباط خطي موجب كامل.

2- إذا كانت r = -1 كان الارتباط ارتباط خطي سالب كامل.

معنى موجب : أي كلما زادت قيمة المتغير x زادت قيمة المتغير y اي العلاقة طردية

معنى سالب : أي كلما زادت x نقصت y أي **العلاقة عكسية** .

3- نصف قوة الارتباط عندما $r \neq \pm 1$ كما يلي:

الوصف	r
قوي جداً موجب	$0.9 \le r < 1$
قوي جداً سالب	$-1 < r \le 0.9$
قوي موجب	$0.5 \le r < 0.9$
قوي سالب	$-0.9 < r \le -0$
ضعيف موجب	$0 < r < 0.5$
ضعيف سالب	$-0.5 < r < 0$
لا يوجد ارتباط	$r = 0$

الوصف	r
ضعيف موجب (طردي)	0.45
ارتباط قوي سالب (عكسي)	-0.82
ارتباط ضعيف سالب	-0.20
ارتباط قوي جدا سالب	-0.923
ارتباط ضعيف جدا موجب	0.002
ارتباط قوي سالب	-0.71
ارتباط قوي موجب	0.55

كلما ازداد حبنا تضاعف خوفنا من الاساءة إلى من نحب.