حل معادله من الدرجة الثانية

في مجهول واحد جبريا و بيانيا

حل معادلات من الدرجة الاولى

حل المعادلة 2X+9=X+10

A)0 B)1 C)2 D)3

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

الاهداف الرئيسية :

- ايجاد حل معادلة من الدرجة الثانية جبريا وبيانيا .

حل معادلات الدرجة الثانى فى مجهول واحد جبريا :

كل معادله بعد تبسيطها اذا احتوت على مجهول واحد ، وكانت اعلى درجه للمجهول فيها هي الدرجة الثانية ، سميت معادله من الدرجة ذات مجهول واحد ، و الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول واد هي :: $aX^2 + bX + c = 0 \quad ; a, b, c \in R \,, a \neq 0$

ويمكن حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بأكثر من طريقه وسوف نناقش بعض هذه الطرق :

- طريقة التحليل
- طريقة القانون العام

اولا: حل معادلة الدرجة الثانية بطريقة التحليل :

سوف نوظف ما درسناه عن التحليل في حل معادلة الدرجة الثانية بمجهول واحد ، وسنعتمد على الحقيقة التالية : $\mathbf{ab = 0 \to a = 0 \text{ or } b = 0 \quad \forall a, b \in R}$

مثال ١ : اوجد R مجموعة حل المعادلة :

$$X^2 + 7X + 12 = 0$$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 7X + 12 = 0$

(X+3)(X+4)=0

X+3=0 أو **X+4=0**

X+3=0 → X=-3 **X+4=0 → X=-4**

نقول ان لهذه المعادلة حلين او جذرين 3- , 4- ونكتب $X_1 = -3 , X_2 = -4$ **و المجموعة {-3,-4}**

تسمى مجموعة الحل في R للمعادلة $X^2 + 7X + 12 = 0$

و اذا اردنا التحقق من صحة الحل ، نعوض في المعادلة كمايلي :

$$X = -3 \ \rightarrow = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 - 12 + 12 = 0$$

$$X = -4 \ \rightarrow = (-4)^2 + 7(-4) + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$$

مثال٢ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $X^2 - 7X + 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى (X-6)(x-1)=0

$$X - 1 = 0 \rightarrow X = 1$$

$$X - 6 = 0 \rightarrow X = 6$$

اذن مجموعة الحل هي {1,6}

مثال٣: اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 + 2X = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 2X = 0$

(X+0)(X+2)=0

X=0

$$X + 2 = 0 \ \rightarrow X = -2$$

اذن مجموعة حل المعادلة هي {-2,0}

<u>مثال٤</u> : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $5X^2 - 7X - 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى : (5X+3)(X-2)=0

$$5X + 3 = 0 \rightarrow 5X = -3 \rightarrow X = -\frac{3}{5}$$

$$X - 2 = 0 \rightarrow X = 2$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\left\{-\frac{3}{5}, 2\right\}$

<u>مثال٥</u>: اوجد في R مجموعة حل المعادلة : $X^2 = 8X - 15$

الحل :نضعها على الصورة قبل التحليل : $X^2 - 8X + 15 = 0$ $\quad X^2 = 8X - 15$

(X-3)(X-5)=0

$$X - 5 = 0 \rightarrow X = 5 \quad , \quad X - 3 = 0 \rightarrow X = 3$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي *{3.5}*

<u>ثانيا :حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد باستخدام القانون .</u>

يمكن حل معادلات الدرجة الثانية $aX^2 + bX + c = 0 \; ; \; a, b, c \in R \; , \; a \neq 0$

في مجهول واحد باستخدام القانون التالي $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ملحوظه : معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد لها حلان (جذران)

<u>مثال</u> ١ : اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 - 5X + 6 = 0$

c=6 , b=-5 , A= l

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$X_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad , \quad X_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي {2,3}

انواع جذور المعادلة من الدرجة الثانية :

المقدار $\Delta = b^2 - 4ac$ يسمى مميز المعادله $aX^2 + bX + c = 0$ وهذا المقدار يحدد نوع جذري المعادله كما يلي:

١- اذا كانت $\Delta = 0$ فيكون الحل $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = -\frac{b}{2a}$

وفي هذه الحالة يوجد جذر حقيقي وحيد مكرر

٢- اذا كانت $\Delta > 0$ فإنه يوجد جذران حقيقيان مختلفان
٣- اذا كانت $\Delta < 0$ فإن $\sqrt{\Delta}$ غير موجود في R ولكنه عدد مركب و يكون المعادلة جذرين مركبين مختلفين مترافقين .

مثال ٢ : اذكر نوع جذري في المعادلات الأتية :

$$!!)\ X^2 - 4X + 8 = 0 \quad , \quad !)\ X^2 - 8X + 15 = 0$$

الحل :

$$!)X^2 - 8X + 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(1)(15) = 64 - 60 = 4 > 0$$

إذن الجذران حقيقيان مختلفان

$$!!)\ X^2 - 4X + 8 = 0$$

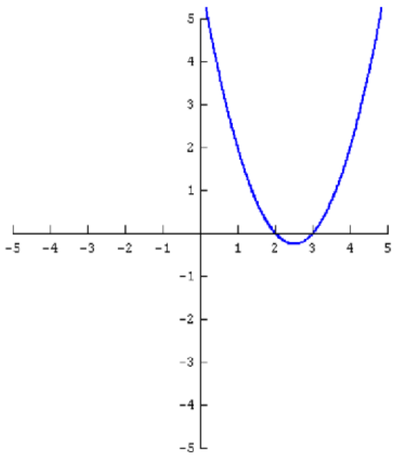
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(8) = 16 - 32 = -16 < 0$$

إذن الجذران غير حقيقيان وهما مركبان مترافقان

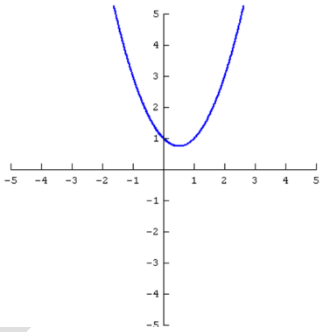
حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيا : وذلك برسم منحنى المعادلة $aX^2 + bX + c = 0$ في المستوى وتعيين نقاط التقاطع مع محور X ويوجد ثلاث حالات :

١- المنحنى يقطع محور Xفي نقطه واحده ↔ جذر حقيقي واحد مكرر
٢- المنحنى يقطع محور Xفي نقطتين مختلفتين ↔ جذران حقيقيان
٣- المنحنى لا يقطع المحور X في اي نقطه ↔ ليس للمعادله حل في R

A



B



C