حل معادله من الدرجة الثانية

في مجهول واحد جبريا و بيانيا

حل معادلات من الدرجة الاولى

حل المعادلة 2X+9=X+10

A)0 B)1 C)2 D)3

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

الاهداف الرئيسية :

- ❖ **ايجاد حل معادلة من الدرجة الثانية جبريا وبيانيا .**

حل معادلات الدرجة الثاني في مجهول واحد جبريا :

كل معادله بعد تبسيطها اذا احتوت على مجهول واحد ، وكانت اعلى درجه للمجهول فيها هي الدرجة الثانية ، سميت معادله من الدرجة ذات مجهول واحد ، و الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول واد هي :: $aX^2 + bX + c = 0 \quad ; a, b, c \in R , a \neq 0$

ويمكن حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بأكثر من طريقه وسوف نناقش بعض هذه الطرق :

- **طريقة التحليل**
- **طريقة القانون العام**

اولا: حل معادلة الدرجة الثانية بطريقة التحليل :

سوف نوظف ما درسناه عن التحليل في حل معادلة الدرجة الثانية بمجهول واحد ، وسنعتمد على الحقيقة التالية : $ab = 0 \rightarrow a = 0 \text{ or } b = 0 \quad \forall a, b \in R$

مثال ١ : اوجد R مجموعة حل المعادلة :

$$X^2 + 7X + 12 = 0$$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 7X + 12 = 0$

(X+3)(X+4)=0

X+3=0 أو X+4=0

X+3=0 ⟶X=-3 X+4=0 ⟶ X=-4

نقول ان لهذه المعادلة حلين او جذرين 3- , 4- ونكتب $X_1 = -3 , X_2 = -4$ و المجموعة {-3,-4}

تسمى مجموعة الحل في R للمعادلة $X^2 + 7X + 12 = 0$

و اذا اردنا التحقق من صحة الحل ، نعوض في المعادلة كمايلي :

$$X = -3 \rightarrow = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 - 12 + 12 = 0$$

$$X = -4 \rightarrow = (-4)^2 + 7(-4) + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$$

مثال٢ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $X^2 - 7X + 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى (X-6)(x-1)=0

$X - 1 = 0 \rightarrow X = 1$

$X - 6 = 0 \rightarrow X = 6$

اذن مجموعة الحل هي {1,6}

مثال٣: اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 + 2X = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2 + 2X = 0$

(X+0)(X+2)=0

X=0

$X + 2 = 0 \rightarrow X = -2$

اذن مجموعة حل المعادلة هي {-2,0}

مثال٤ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $5X^2 - 7X - 6 = 0$

الحل : نحلل المعادلة الى : (5X+3)(X-2)=0

$5X + 3 = 0 \rightarrow 5X = -3 \rightarrow X = -\frac{3}{5}$

$X - 2 = 0 \rightarrow X = 2$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\left\{-\frac{3}{5}, 2\right\}$

مثال٥: اوجد في R **مجموعة حل المعادلة :** $X^2 = 8X - 15$

الحل :نضعها على الصورة قبل التحليل : $X^2 - 8X + 15 = 0$ $\quad X^2 = 8X - 15$

(X-3)(X-5)=0

$X - 5 = 0 \rightarrow X = 5$, $X - 3 = 0 \rightarrow X = 3$

إذن مجموعة حل المعادلة هي {3.5}

ثانيا :حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد باستخدام القانون .

يمكن حل معادلات الدرجة الثانية $aX^2 + bX + c = 0 \ ; \ a, b, c \in R \ , \ a \neq 0$

في مجهول واحد بأستخدام القانون التالي $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ملحوظه : معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد لها حلان (جذران)

مثال ١ : اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2-5X+6=0$

A= I , b=-5 , c=6

$$X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}$$

$$X_1=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3 \quad , \quad X_2=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي {2,3}

انواع جذور المعادلة من الدرجة الثانية :

المقدار $\Delta=b^2-4ac$ **يسمى مميز المعادله** $aX^2+bX+c=0$ **وهذا المقدار يحدد نوع جذري المعادله كما يلي:**

١- **اذا كانت** $\Delta=0$ **فيكون الحل** $X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm0}{2a}=-\frac{b}{2a}$

وفي هذه الحالة يوجد جذر حقيقي وحيد مكرر

٢- **اذا كانت** $\Delta>0$ **فإنه يوجد جذران حقيقيان مختلفان**
٣- **اذا كانت** $\Delta<0$ **فإن** $\sqrt{\Delta}$ **غير موجود في R ولكنه عدد مركب و يكون المعادلة جذرين مركبين مختلفين مترافقين .**

مثال ٢: اذكر نوع جذري في المعادلات الأتية :

$$!)\ X^2-8X+15=0 \quad , \quad !!)\ X^2-4X+8=0$$

الحل :

$$!)X^2-8X+15=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=(8)^2-4(1)(15)=64-60=4>0$$

إذن الجذران حقيقيان مختلفان

$$!!)\ X^2-4X+8=0$$

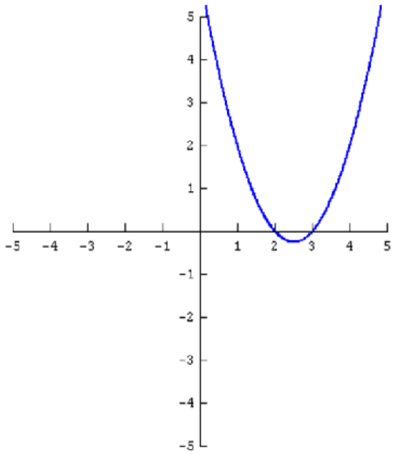
$$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4(1)(8)=16-32=-16<0$$

إذن الجذران غير حقيقيان وهما مركبان مترافقان

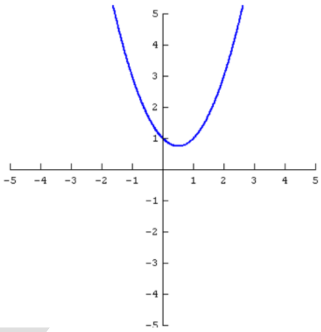
حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيا : وذلك برسم منحنى المعادلة $aX^2+bX+c=0$ **في المستوى وتعيين نقاط التقاطع مع محور *X* ويوجد ثلاث حالات :**

١- **المنحنى يقطع محور *X* في نقطه واحده ↔ جذر حقيقي واحد مكرر**
٢- **المنحنى يقطع محور *X* في نقطتين مختلفتين ↔ جذران حقيقيان**
٣- **المنحنى لايقطع المحور *X* في اي نقطه ↔ ليس للمعادله حل في *R***

$\mathcal{A}$



$\mathcal{B}$



$\mathcal{C}$