

تابع المتواليات الهندسية

نقسم المتواليات الى قسمين :

١. المتواليات الحسابية :

الصيغة العامة لها هي :

$$A, a + d, a + 2d, \dots$$

A, a الحد الاول .. d, a اساس المتوالية والذي يساوي الفرق بين أي حد والحد الذي يسبقه باستثناء الحد الاول..

يمكن ايجاد أي حد من خلال الصيغة :

$$T_n = a + (n - a) d$$

وكذلك يمكن ايجاد مجموع n من الحدود من خلال الصيغة :

$$T_n = n/2[2a + (n-1) d]$$

وكذلك اذا علم الحد الاول والحد الاخير في متوالية حسابية فيمكن ايجاد مجموع n من الحدود من خلال الصيغة:

$$T_n = n/2[a+b]$$

مثال : اوجد قيمة الحد الخامس عشر ومجموع اول عشرة حدود من المتوالية :

$$2, -3, -8, -13, \dots$$

$$\text{الحل : } a = 2, \quad d = -3 - 2 = -5$$

المطلوب :

$$T_{15} = a + (n-1)d$$

$$= 2 + (15 - 1) \cdot (-5)$$

$$= 2 + 14 \cdot (-5)$$

$$= 2 - 70 = -68$$

$$T_{10} = n/2[2a + (n-1) d]$$

$$= 10/2 [2(2) + (10-1)(-5)]$$

الحدود العشرة الاولى $-205 = -43, -38, -33, -28, -23, -18, -13, -8, -3, 2$

$$= 5[4 - 45]$$

$$= 5(-41) = -205$$

٢. المتواليات الهندسية :

تعريف : المتوالية الهندسية هي عبارة عن متتابعة من الاعداد كل حد من حدودها يمكن ايجاده من خلال ضرب الحد الذي يسبقه بعدد معين (باستثناء الحد الاول).

فإذا كان ٩ هي قيمة الحد الاول و r هي اساس المتوالية فيمكن الرمز لمتوالية هندسية على الصورة التالية :

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$$

حيث يمكن ايجاد قيمة اساس المتوالية r من خلال قسمة أي حد على العدد الذي يسبقه .

وبالاستمرار بهذه الطريقة يمكن ان نجد قيمة أي حد في متوالية هندسية وليكن t_n بالصيغة التالية :

$$T_n = ar^{n-1} \text{ حيث } n \in \mathbb{N} \text{ للأعداد الطبيعية .}$$

وكذلك يمكن ايجاد مجموع n من حدود متوالية هندسية حدها الاول a واساسها r حسب الصيغة التالية :

$$T_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$$

وايضا يمكن ايجاد مجموع عدد لا نهائي من حدود متوالية هندسية من خلال الصيغة التالية :

$$T_{\infty} = \frac{a}{1 - r}, |r| < 1$$

ويسمى هذا النوع من المتواليات بالمتواليات الهندسية اللانهائية .

مثال : متوالية هندسية فيها الحد الاول=3 واساسها =3 اوجد :

قيمة الحد السادس ؟

مجموع اول خمسة حدود ؟

الطلوب : ١ : t_6 ؟ ٢ : T_5 ؟

يمكن كتابة عناصر هذه المتوالية كما يلي :

$$3, 9, 27, 81, 243, \dots, 729$$

$$T_6 = ar^{n-1} \bullet$$

$$= 3(3)^{6-1}$$

$$= 3(3)^5 = 3(243)$$

$$= 729$$

حقوق نسخ وطباعة هذا الملف محفوظة .

لا يجوز للمكتبات أو مراكز النسخ الطباعة دون الحصول على اذن من الناشر

لطلب الحصول عن هذا الاذن يرجى الاستفسار من الحساب الخاص بتويتر @e7sas_ud أو من صاحب موقع منتديات كوفي كوب

$$T_5 = \frac{a(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1$$

$$= \frac{3(3^5 - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{3(243 - 1)}{2}$$

$$= 3 \frac{(242)}{2} = 3(121) = 363$$

للتأكد من صحة القانون :

$$T_5 = 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 363$$

مثال : متوالية مكتوبة على الصورة التالية :

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

أوجد : ١/ نوع المتوالية ؟ ٢/ قيمة الحد السادس ؟ ٣/ مجموع أول أربعة حدود ؟

المطلوب :

$$١ : متوالية هندسية حيث ان : \frac{92}{91} = \frac{93}{92} = \frac{94}{93} = r$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$وبالتالي : a = 1 \quad r = \frac{1}{2}$$

$$٢ : t_n = ar^{n-1}$$

$$1 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$T_4 = \frac{a(r^n-1)}{r-1} = \frac{1\left(\frac{1}{2}^4-1\right)}{\frac{1}{2}-1} : ٣$$

$$= \frac{\frac{1}{16} - \frac{1}{1} \cdot \frac{16}{16}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{16} - \frac{16}{16}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{2}}$$

$$= \frac{\frac{-15}{16}}{\frac{-1}{2}} = \frac{15}{16} \times \frac{2}{1} = \frac{15}{8}$$

للتأكد من صحة الحل :

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{8}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{2} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{8}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$$

مثال : متوالية هندسية لا نهائية فيها الحد الاول = 2 واساسها = 1/4 اوجد T_{∞} ؟؟

$$T_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\text{بشرط } |r| < 1 \quad \frac{2}{1-\frac{1}{4}} = \frac{2}{\frac{3}{4}} = 2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$= \frac{8}{3}$$

$$\left| \frac{1}{4} \right| < 1$$

$$2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

مسائل وتمارين :

** متوالية هندسية فيها $a = -1$ $r = 2$ اوجد :

$$T_{7_} \quad t_{10_} \quad ?$$

** اذا كان لديك المتوالية , 125 , 25 , 5 , 1 اوجد :

- نوع المتوالية ؟
- اساسها ؟
- قيمة الحد الخامس ؟
- مجموع اول اربعة حدود ؟
- المجموع اللانهائي لحدود المتوالية في هذا السؤال اذا امكن ذلك ؟؟

علمتني الرياضيات : أن لكل مجهول قيمة فلا تحتقر أحدا لا تعرفه أو العكس

E7sas

حقوق نسخ وطباعة هذا الملف محفوظة .

لا يجوز للمكتبات أو مراكز النسخ الطباعة دون الحصول على اذن من الناشر
لطلب الحصول عن هذا الاذن يرجى الاستفسار من الحساب الخاص بتويتر @e7sas_ud أو من صاحب موقع منتديات كوفي كوب