تابع الفصل الخامس :

المعادلات الرياضية

٤ : معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد :

ويكتب مثل هذا النوع من المعادلات على الصورة التالية :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

حيث : $a, b, c \ni R$

$$a \neq 0$$

وبعض الحالات المختلفة لهذه الصيغة :

أ- في حالة $b = 0$

يصبح شكل المعادلة التربيعية على الصورة :

$$ax^2 + c = 0$$

وحل مثل هذا النوع من المعادلة هو :

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$x = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$$x^2 - 49 = 0$$

الحل :

$$x^2 = 49$$

$$x = \sqrt{49} = \pm 7$$

مثال : اوجد قيمة x التي تحقق المعادلة التالية :

$$5x^2 + 125 = 0$$

الحل : $x^2 = \frac{-125}{5}$

$$x^2 = -25$$

$= x = \sqrt{-25}$ عدد غير حقيقي (غير معروف)

ب- اذا كانت قيمة C = 0 :

فتصبح المعادلة على الصورة التالية :

$$ax^2 + bx = 0$$

حيث حل مثل هذه المعادلات من خلال اخراج العامل المشترك بين الحد الاول والثاني فتصبح المعادلة على الصورة :

$$x = 0 \ \ or \ ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = \frac{-b}{a}$$

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$3x^2 - 27x = 0$ اخراج ***3x*** كعامل مشترك بين الحد الاول والثاني .

$$3x(x - 9) = 0$$

$$3x = 0 \ or \ x - 9 = 0$$

x=9 X=0

ج / اذا كانت : a≠0 , b≠0 , c≠0

فبالتالي تصبح المعادلة على صورتها الاصلية كاملة وهي :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ويمكن حل هذا النوع من المعادلات بأحد الطرق التالية :

أ) طريقة التحليل :

حيث يتم تحليل المعادلة التربيعية الى مقدارين جبريين ويتم استخدام قاعدة " حاصل ضرب مقدارين يساوي صفرا ، فإما المقدار الاول = **0** او المقدار الثاني = **0** "

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$x^2 - 2x + 1 = 0$ لهذه المعادلة حل وحيد فقط ..

الحل :

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

الحل : من خلال التحليل المباشر (المقص) :

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$x - 3 = 0 \qquad x = 3$$

$$x - 5 = 0 \qquad x = 5$$

للتأكد : عندما **x = 3**

$$9 - 8(3) + 15 = 0$$

$$24 - 24 = 0$$

عندما : **x = 5**

$$25 - 8(5) + 15 = 0$$

$$40 - 40 = 0$$

ب) طريقة القانون العام :

والصيغة العامة لهذه الطريقة هي :

$$x = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث **:** a معامل x^2 ، b : معامل x ، c **:** الحد الثابت .

ملاحظة : المقدار $b^2 - 4ac$ = المميز وهنالك ثلاث حالات مختلفة للمميز :

١) اذا كان المميز > 0 :
فيكون للمعادلة حلان مختلفان .
٢) اذا كان المميز = 0
فيكون للمعادلة حل واحد فقط هو : $x = \frac{-b}{2a}$
٣) اذا كان المميز < 0 :
فإنه لا يوجد أي حل حقيقي للمعادلة التربيعية .

مثال :اوجد حل كل من المعادلات التالية باستخدام القانون العام :

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

١) $2x^2 + x - 15 = 0$

الحل : a = 2 / b = 1 / c = -15

وبتعويض هذه القيم في القانون العام نحصل على :

$$= \frac{-1 \mp \sqrt{1^2 - 4(2)(-15)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-1 \mp \sqrt{1 + 120}}{4}$$

$$= \frac{-1 \mp \sqrt{\mathbf{121}}}{4}$$

المميز > 0 وبالتالي سيكون

لدي جذران (حلان)لهذه $= \frac{\mathbf{-1 \mp 11}}{\mathbf{4}}$

المعادلة : $x = \frac{-1-11}{4} = \frac{-12}{4} = -3$ **or** $x = \frac{-1+11}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$

٢) $x^2 - 2x + 3 = 0$

الحل : a = 1 / b = -2 / c = 3

$$x = \frac{-(b) \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2(a)}$$

$$= \frac{2 \mp \sqrt{4 - 4(1)(3)}}{2}$$

$$= \frac{2 \mp \sqrt{-8}}{2}$$

نلاحظ ان المميز سالب وبالتالي لا يوجد لدينا أي حل حقيقي ..

٣) $2x^2 - 2x = \frac{-1}{2}$

الحل : يجب اعادة كتابة هذه المعادلة على الصورة العامة :

$2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = 0$ **a = 2 , b = -2 , c = 1/2** قيمة المميز=**0** لها حل وحيد فقط

$$x = \frac{2 \mp \sqrt{4 - 4(2)\left(\frac{1}{2}\right)}}{2(2)} = \frac{2 \mp \sqrt{0}}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

مسائل وتمارين : اوجد حل كل من المعادلات التالية :

١. $5x^2 - \frac{1}{5} = 0$
٢. $-3x^2 - 12x = 0$
٣. $2x^2 - 3x - 1 = 0$

من الصعوبة استخدام التحليل المباشر لحل مثل هذا النوع من المعادلات فإننا نلجأ الى القانون العام :

$$\frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$