

تابع الفصل الخامس

المعادلات

* أنواع المعادلات :-

1- معادلة خطية بمتغير واحد $x : ax=c ; a,c \in \mathbb{R}$

مثال :- اوجد حل المعادلة :

$$4x - 5 = -2x + 7$$

الحل :-

$$4x + 2x = 7 + 5$$

$$6x = 12 \Rightarrow x=2$$

2- معادلة خطية بمتغيرين :-

$$ax + by = c ; a,c,b \in \mathbb{R} ; a,b \neq 0$$

مثال : $-3x - 9y = 15$ و لا يجاد حل هذه المعادلة للمتغير x نحصل على :-

$$-3x = 9y + 15$$

$$x = \frac{9y+15}{-3} \Rightarrow x = -3y - 5$$

3- معادلات خطية اتية في مجهولين :- الصورة العامة لمثل هذا النوع من المعادلات

تكتب كما يلي :-

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

حيث $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ ولحل هذا النظام التي من المعادلات الخطية هو عبارة عن زوج من الاعداد x, y الذي

يتحقق كلا المعادلين في آن واحد .

ولحل مثل هذا النوع من المعادلات سنتعرف على الطرق التالية :-

1- طريقة الحذف :-

خطوات هذه الطريقة تتلخص كما يلي :-

أ- اذا لم تكن المعاملات الحسابية لأحد المتغيرين x او y ، فإننا نضرب المعادلين أو أحدهما بعدد معين حتى تصبح المعاملات في كلا المعادلين لأحد المتغيرين متساويين .

ب- اذا كانت الاشارات للمعاملات متساوية غير متشابهة فإننا نقوم بعملية الطرح لكلا المعادلين .

ج- نجد قيمة أحد المتغيرين ثم نعوض القيمة التي حصلنا عليها في أحد المعادلتين
لإيجاد قيمة المتغير الآخر .
مثال :- اوجد حل النظام التالي من المعادلات :-

$$5x + y = 3$$

$$x - y = 9$$

لاحظ أن معامل المتغير y في كلا المعادلتين متساو و مختلف في الإشارة

$$6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

و بتعويض قيمة $x=2$ في المعادلة الثانية نحصل على

$$2-y=9 \Rightarrow -y=7 \quad y=-7$$

وللتتأكد من صحة الحل ، نقوم بتعويض قيمة $y=-7$ ، $x=2$ في كلا المعادلتين :-

$$5(2) + -7 = 10 - 7 = 3$$

$$2 - (-7) = 2+7 = 9$$

(فالحل صحيح)

مثال :- اوجد حل المعادلات التالية :-

$$5x + 2y = 3$$

$$2x + 3y = -1$$

الحل :- من خلال ضرب المعادلة الاولى بالعدد 3 و المعادلة الثانية بالعدد 2 ثم نقوم بعملية الطرح ، نحصل على :-

$$15x + 6y = 9$$

بطرح المعادلتين

$$4x + 6y = -2$$

$$11x = 11 \Rightarrow x = 1$$

و بتعويض قيمة $x=1$ في المعادلة الاولى ، نحصل على :-

$$5(1) + 2y = 3$$

$$\Leftrightarrow 2y = 3 - 5$$

$$\Leftrightarrow 2y = -2 \Rightarrow y = -1$$

و للتحقق من صحة الحل نعوض قيمة $x=1$ ، $y=-1$ في كلا المعادلتين :-

$$5(1) + 2(-1)$$

$$5 - 2 = 3$$

$$2(1) + 3(-1) = -1$$

$$2 - 3 = -1$$

(٢) طريقة التعويض :- تتلخص هذه الطريقة في ايجاد قيمة احد المتغيرين بدلالة الآخر ومن ثم تعويض هذه القيمة في المعادلة الاخرى و بذلك نحصل على معادلة بمجهول واحد فقط لنجد قيمته كما تعلمنا سابقا ثم نستخدم هذه القيمة لايجاد قيمة المجهول الآخر من خلال التعويض باحدى المعادلتين .

مثال :- اوجد قيمة x التي تحقق النظام التالي من المعادلات :-

$$2x - y = 4 \quad (1)$$

$$x + 2y = -3 \quad (2)$$

الحل :- من خلال كتابة المتغير x في المعادلة الثانية بدلالة y , فنحصل على :-

$$x = -y - 3 \quad (3)$$

و بتعويض قيمة x من المعادلة الثالثة في المعادلة الاولى , فنحصل على :-

$$2(-2y - 3) - y = 4$$

$$-4y - 6 - y = 4$$

$$-5y = 6 + 4 \Rightarrow -5y = 10 \quad y = -2$$

و لايجاد قيمة x , نعرض قيمة y إما في معادلة (١) او (٢) :-

$$x + 2(-2) = -3$$

$$x - 4 = -3 \Rightarrow x = 4 + (-3) \Rightarrow x = 1$$

مجموعة الحل هي : $x = 1$, $y = -2$ و للتأكد من صحة الحل :-

$$2(1) + 2 = 4$$

$$1 + 2(-2) = -3$$

مثال :- بالرجوع الى المعادلة الاولى من طريقة الحذف

$$5x + y = 3 \quad (1)$$

$$x - y = 4 \quad (2)$$

الحل :- يمكن كتابة x بدلالة y من المعادلة الثانية لنجصل على :-

$$x = y + 9 \quad (3)$$

بتعويض قيمة x من المعادلة (٣) في المعادلة (١) فنحصل على :-

$$5(y + 9) + y = 3$$

$$5y + 45 + y = 3$$

$$\Leftrightarrow 6y = 3 - 45$$

$$\Leftrightarrow 6y = -42 \Rightarrow y = -7$$

و لايجاد قيمة المتغير x , نعرض $y = -7$ إما في المعادلة (١) او (٢) :-

$$x - (-7) = 9$$

$$x + 7 = 9 \Rightarrow x = 2$$

سؤال :- اوجد حل النظام التالي من المعادلات (أ) بطريقه الحذف (ب) بطريقه

التعويض

$$-2x + y = -1$$

$$3x - y = 0$$