

الباب الأول

مفاهيم أساسية في الجبر

مجموعات الاعداد

Page

1

يُرمز للمجموعات عادة بالأحرف الكبيرة مثل: X, Y, A, B والأشياء التي تتألف منها المجموعة تُسمى **عناصر** ويُرمز للعناصر بالأحرف الصغيرة

مثل: x, y, a, b

إذا كان العنصر x هو أحد عناصر المجموعة A يقال: x ينتمي إلى A

ونكتب: $x \in A$

أما إذا كان العنصر y لا ينتمي للمجموعة A فإننا نكتب: $x \notin A$

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا يوجد بها أي عنصر ويُرمز لها بالرمز $\emptyset$ أو $\{ \}$

مجموعات الاعداد

Page

2

يُعبّر عن المجموعة بإحدى الطريقتين التاليتين:

طريقة السرد (الحصر)

مثال:

1. مجموعة الحروف المكونة لكلمة car هي: $X = \{c, a, r\}$

طريقة الوصف

مثال:

١. مجموعة الحروف المكونة لكلمة car هي: حرف من حروف كلمة car

$X = \{x: x \text{ حرف من حروف كلمة } car\}$

مجموعات الاعداد

Page

3

(المجموعة المنتهية وغير منتهية)

مثال:

$$1 \quad X = \{1, 2, 3, 4\} \text{ مجموعة منتهية.}$$

$$2 \quad Y = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \text{ مجموعة غير منتهية}$$

(المجموعة الجزئية)

مثال:

$$\text{إذا كانت: } X = \{a, b, c\}, Y = \{a, b, c, d\}, Z = \{a, c, f\}$$

$$\text{فإن: } X \subset Y, Z \not\subset Y$$

ملاحظة (1): المجموعة الخالية هي مجموعة جزئية من أي مجموعة.

مجموعات الاعداد

Page

4

(رتبة المجموعة)

رتبة المجموعة X يُرمز لها بالرمز $|X|$ ، وتعني عدد عناصر المجموعة.

مثال:

$$\text{إذا كانت } X = \{a, b, c, d, e\} \text{ فإن: } |X| = 5$$

ملاحظة (2):

رتبة المجموعة الخالية تساوي صفر لخلوها من العناصر وبالتالي عدد عناصرها يساوي

الصفر

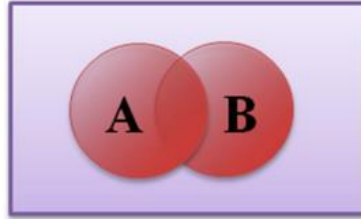
مجموعات الاعداد

Page 5

العمليات على المجموعات

١. عملية اتحاد مجموعتين (Union)

اتحاد مجموعتين A و B هي أخذ جميع عناصر المجموعتين
ويُرمز لها بالرمز $A \cup B$ وتُعرف بـ $A \cup B = \{x: x \in A \text{ or } x \in B\}$



مثال (8):

إذا كانت $A = \{2,3,4,5\}$ و $B = \{3,5,7\}$

فإن $A \cup B = \{2,3,4,5\} \cup \{3,5,7\} = \{2,3,4,5,7\}$

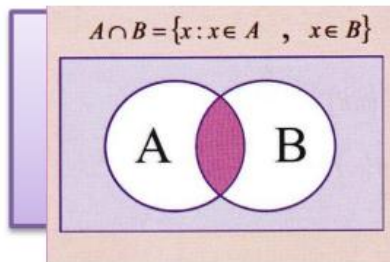
الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page

6

١. عملية تقاطع مجموعتين (Intersection)

تقاطع مجموعتين A و B هي إيجاد العناصر المشتركة بينهما،
ويُرمز لها بالرمز $A \cap B$ وتُعرف بـ $A \cap B = \{x: x \in A, x \in B\}$



مثال (13):

إذا كانت $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{b,d,e,f\}$, $C = \{e,f,g,h\}$

$$A \cap C = \{a,b,c,d\} \cap \{e,f,g,h\} = \emptyset$$

$$A \cap B = \{a,b,c,d\} \cap \{b,d,e,f\} = \{b,d\}$$

$$B \cap C = \{b,d,e,f\} \cap \{e,f,g,h\} = \{e,f\}$$

حقوق نسخ وطباعة هذا الملف محفوظة .

لا يجوز للمكتبات أو مراكز النسخ الطباعة دون الحصول على إذن من الناشر
لطلب الحصول عن هذا الاذن يرجى الاستفسار من الحساب الخاص بتويتر @e7sas_ud أو من صاحب موقع منتديات كوفي كوب

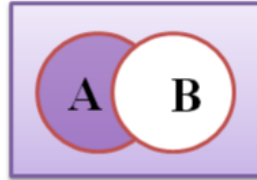
الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page 7

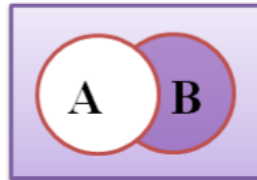
٣. عملية طرح مجموعة من أخرى (Difference)

(الفرق بين مجموعتين A و B)

١) $A - B = \{x : x \in A, x \notin B\}$



٢) $B - A = \{x : x \in B, x \notin A\}$

 $(A - B \neq B - A)$: ملاحظة ٤

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page 8

مثال :

إذا كانت

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$$

فإن :

$$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{2, 4, 6\}$$

$$B - A = \{1, 3, 5, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{7\}$$

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page
9

عملية الإتمام (Complement)

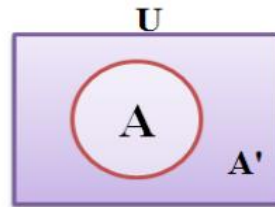
قبل التحدث عن عملية الإتمام لابد من تعريف المجموعة الشاملة (Universal)

(المجموعة الشاملة) : تحتوي على جميع العناصر، ويرمز لها بالرمز U .

مثال (16): إذا كانت

 A مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية. B مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية.فإن المجموعة الشاملة U هي مجموعة الأعداد الطبيعية.(عملية الإتمام): A' هي المجموعة المتممة للمجموعة A :

$$A' = U - A = \{x: x \in U, x \notin A\}$$



الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page
10

مثال (17):

بالعودة لمثال (16) فإن

مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية

وأيضاً مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية

$$U - A = A' = B$$

$$U - B = B' = A$$

ملاحظة (5):

$$١) A \cup A' = U$$

$$٢) A \cap A' = \phi$$

$$٣) A \cup U = U$$

$$٤) A \cap U = A$$

مثال (18):

إذا كانت $U = \{1,2,3,\dots,10\}$, $A = \{3,4,5,6\}$ فإن A' .

$$A' = U - A = \{1,2,7,8,9,10\}$$

الباب الأول : مجموعات الاعداد

المجموعات العددية

Page

11

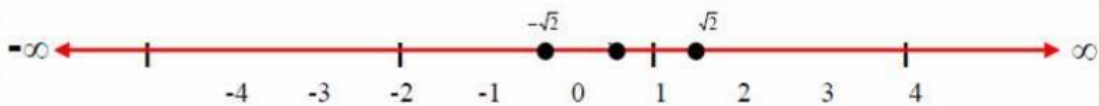
1. مجموعة الأعداد الطبيعية: $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
2. مجموعة الأعداد الكلية: $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ، أي أن $W = N \cup \{0\}$
3. مجموعة الأعداد الصحيحة: $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
4. مجموعة الأعداد القياسية (النسبية أو الكسرية):
يمكن كتابتها على صورة كسر: $Q = \left\{x : x = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0\right\}$
التمثيل العشري للأعداد القياسية إما أن يكون منتهي أو أن يكون غير منتهي ومتكرراً.
5. مجموعة الأعداد غير القياسية (غير النسبية - غير الكسرية) $\bar{Q}$:
لا يمكن كتابتها على صورة كسر مثل: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \frac{1}{\sqrt{7}}, e, \pi$
التمثيل العشري للأعداد غير القياسية غير منتهي وغير متكرر.
6. مجموعة الأعداد الحقيقية R : وهي مجموعة جميع الأعداد الكسرية وغير الكسرية.

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page

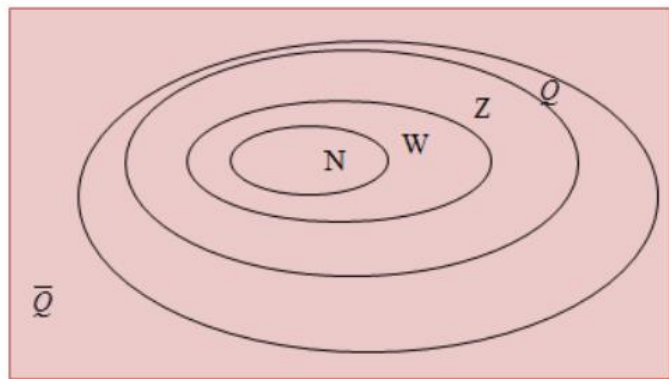
12

خط الأعداد الحقيقية



ملاحظة (8):

- ١) $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$.
- ٢) $Q \cup \bar{Q} = R$.
- ٣) $Q \cap \bar{Q} = \emptyset$.

 R 

حقوق نسخ وطباعة هذا الملف محفوظة .

لا يجوز للمكتبات أو مراكز النسخ الطباعة دون الحصول على إذن من الناشر
لطلب الحصول عن هذا الاذن يرجى الاستفسار من الحساب الخاص بتويتر @e7sas_ud أو من صاحب موقع منتديات كوفي كوب

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page
13

الفترات العددية

(1) الفترات المحدودة:

1. الفترة المغلقة هي:



$$[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$$

2. الفترة المفتوحة هي:



$$(a, b) = \{x : a < x < b\}$$

الفترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة



$$[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$$



$$(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$$

الباب الأول : مجموعات الاعداد

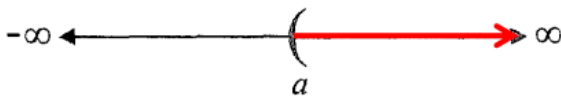
Page
14

الفترات العددية

الفترات العددية غير المحدودة

الفترة المفتوحة

$$(a, \infty) = \{x : x > a\}$$

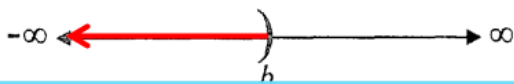


الفترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة:

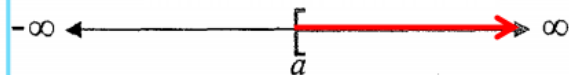
$$(-\infty, b] = \{x : x \leq b\}$$



$$(-\infty, b) = \{x : x < b\}$$



$$[a, \infty) = \{x : x \geq a\}$$

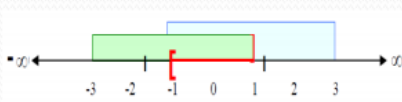
فترة جميع الأعداد الحقيقية $R = (-\infty, \infty)$ وهي فترة مفتوحة.

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page
15

مثال: عبر عن التالي على خط الاعداد و صورة فترة و صور مجموعة

$$(-1,3) \cap [-3,1]$$



$$(-1,3) \cap [-3,1] = (-1,1]$$

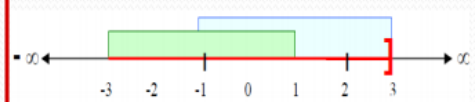
$$\{x: -1 < x \leq 1\}$$

(١) على خط الأعداد
الحقيقية:

(٢) على صورة فترة:

(٣) على صورة مجموعة:

$$(-1,3) \cup [-3,1]$$



$$(-1,3) \cup [-3,1] = [-3,3)$$

$$\{x: -3 \leq x < 3\}$$

الباب الأول : مجموعات الاعداد

Page
16

القيمة المطلقة

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

مثال (24):

$$|4| = 4, \quad |-6| = 6$$

خصائص القيمة المطلقة

ليكن x و y عددين حقيقيين فإن :

$$1) |x| \geq 0$$

$$2) |-x| = |x|$$

$$3) |xy| = |x| |y|$$

$$4) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \quad y \neq 0$$

$$5) |x+y| \leq |x| + |y|$$

المسافة بين عددين على خط الأعداد:

$$d(x, y) = |x - y|$$

ملاحظة (9):

المسافة بين x و y هي نفس المسافة بين y و x أي أن:

$$d(x, y) = d(y, x) \quad \text{أو} \quad |x - y| = |y - x|$$

مثال (25): أوجد المسافة بين -1 و 2 .

$$d(-1, 2) = |-1 - 2| = |-3| = 3$$